

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM  
ENGENHARIA MECÂNICA

**ANÁLISE NUMÉRICA DE ESCOAMENTOS TRANSIENTES  
EM COMPRESSORES**

Dissertação submetida à

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

para a obtenção do grau de

**MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**FERNANDO ANTONIO RIBAS JUNIOR**

Florianópolis, maio de 2004.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM  
ENGENHARIA MECÂNICA

**MODELAGEM DE ESCOAMENTOS TRANSIENTES  
EM COMPRESSORES**

**FERNANDO ANTONIO RIBAS JUNIOR**

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de  
MESTRE EM ENGENHARIA

ESPECIALIDADE ENGENHARIA MECÂNICA  
sendo aprovada em sua forma final.

---

Prof. César José Deschamps, Ph. D. - Orientador

---

Prof. José Antônio Bellini da Cunha Neto, Dr. – Coordenador do Curso

**BANCA EXAMINADORA**

---

Antonio Fábio Carvalho da Silva, Dr.Eng. – Presidente

---

Prof. Amir Antônio Martins Oliveira Jr., Ph.D

---

Prof. Jader Riso Barbosa Jr., PhD.

“É o conhecimento, e não outra coisa,  
o que move o homem a realizar as  
finalidades superiores de sua vida, e é também  
ele quem o leva pelos caminhos do mundo,  
buscando-se sempre a si mesmo.”  
(Carlos Bernardo Gonzáles Pecotche)

## **AGRADECIMENTOS**

- Ao CNPq pelo suporte financeiro fornecido durante grande parte deste mestrado;
- A Empresa Brasileira de Compressores (Embraco) pelo auxílio técnico recebido e pelo fornecimento de informações e do código RECIP utilizados no presente trabalho;
- Ao NRVA pelo agradável e estimulante ambiente de trabalho, bem como por todo o suporte de equipamentos e dos professores;
- Ao prof. Cesar Deschamps pelo tempo dedicado a orientação deste trabalho;
- A todos os meus familiares e amigos pelo apoio durante todo este período.

## SUMÁRIO

<b>SÍMBOLOGIA .....</b>	<b>iii</b>
<b>RESUMO.....</b>	<b>viii</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>ix</b>
<b>1) INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	1
1.2. OBJETIVOS DO TRABALHO .....	3
1.3. ORGANIZAÇÃO DO DOCUMENTO .....	4
<b>2) REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>5</b>
2.1 ESCOAMENTOS PULSANTES EM CANALIZAÇÕES .....	6
2.2 MODELAÇÃO DO ESCOAMENTO EM CILINDROS DE COMPRESSORES ALTERNATIVOS.....	10
<b>3) MODELAÇÃO DE ESCOAMENTOS TURBULENTOS PULSANTES EM CANALIZAÇÕES .....</b>	<b>12</b>
3.1. INTRODUÇÃO .....	12
3.2. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA .....	12
3.2.1. Modelo $k-\varepsilon$ para baixos números de Reynolds (Launder e Sharma, 1974).....	15
3.2.2. Modelo $k-\omega$ para baixos números de Reynolds (Wilcox, 1994).....	16
3.2.3. Modelo $\overline{v^2} - f$ (Durbin, 1991).....	16
3.3. O MODELO COMPUTACIONAL.....	18
3.3.1. Discretização das equações.....	18
3.3.2. A malha computacional.....	20
3.3.3. Condições de contorno.....	23
3.3.4. A correção do gradiente de pressão.....	25
3.4. RESULTADOS E DISCUSSÕES .....	26
3.4.1. Análise da sensibilidade dos resultados em relação à malha computacional .....	26
3.4.2. Análise comparativa de modelos de turbulência para escoamento estacionário ..	28
3.4.3. Escoamento pulsante .....	34
3.5. CONCLUSÕES .....	61
<b>4) MODELAÇÃO DO ESCOAMENTO EM CILINDROS DE COMPRESSORES ALTERNATIVOS .....</b>	<b>62</b>
4.1. INTRODUÇÃO .....	62
4.2. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA .....	62
4.3. O MODELO INTEGRAL .....	64
4.3.1. Equação para a pressão no cilindro .....	64
4.3.2. Equação para a temperatura no cilindro.....	65
4.3.3. Determinação do fluxo de calor nas paredes do cilindro .....	66
4.3.4. Implementação computacional.....	67
4.4. O MODELO DIFERENCIAL .....	68
4.4.1. Geometria e Condições de Contorno .....	68
4.4.2. Hipóteses simplificativas .....	70
4.4.3. Equações governantes.....	71
4.4.4. Metodologia de solução.....	73

4.5. O ACOPLAMENTO ENTRE A METODOLOGIA INTEGRAL E A METODOLOGIA DIFERENCIAL	80
4.6. RESULTADOS E DISCUSSÕES	82
4.6.1. O compressor	82
4.6.2. Resultados via formulação integral	82
4.6.3. Resultados via formulação híbrida (integral e diferencial)	85
4.6.4. Distribuição de pressão e velocidade na folga pistão - cabeçote	94
4.6.5. Comparativo entre a metodologia completamente integral e a formulação diferencial	96
4.7. LIMITAÇÕES DO MODELO	98
4.8. CONCLUSÕES	100
<b>5) CONCLUSÕES</b>	<b>101</b>
5.1. CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES	101
5.2. ANÁLISE NUMÉRICA DE ESCOAMENTOS PULSANTES EM CANALIZAÇÕES	102
5.3. MODELAÇÃO DO ESCOAMENTO EM CILINDROS DE COMPRESSORES ALTERNATIVOS	103
5.4. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	104
<b>6) REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>105</b>

## SÍMBOLOGIA

### Capítulo 3

#### - Alfabeto Latino

$k$	energia cinética turbulenta
$\overline{v^2}$	tensão de Reynolds normal às linhas de corrente
$f$	parâmetro de sub-relaxação elíptica utilizada no modelo $\overline{v^2} - f$ .
$u^*, u_\tau$	velocidade de fricção ( $= (\tau_w/\rho)^{1/2}$ )
$U_m$	velocidade radial média do escoamento
$\overline{U}_m, \overline{V}_m$	média cíclica de $U_m$
$D/d$	relação entre os diâmetros do disco frontal e do orifício de passagem
$s/D$	relação entre o afastamento do disco frontal e o diâmetro do orifício de passagem
$dp/dx$	gradiente de pressão
$\tilde{U}$	velocidade instantânea do escoamento
$U$	velocidade instantânea média do escoamento
$u$	flutuação de velocidade
$r$	posição radial
$R$	raio da canalização
$-\overline{uv}$	tensão cisalhante de Reynolds
$P$	produção da turbulência
$Re_t$	número de Reynolds da turbulência
$y$	distância à parede
$a_i$	coeficientes da equação discretizada ( $i=p, n, s$ )
$y^+, Y^+$	comprimento adimensional usado para definir as regiões de turbulência no escoamento
$U^+$	velocidade instantânea média normalizada pela velocidade de fricção
$\overline{V}$	velocidade do escoamento ( $= \overline{U}_m$ )
$T$	escala de tempo da turbulência
$L$	escala de comprimento da turbulência

$N_i$	número de volumes da malha computacional ( $i=1, 2$ )
$y_{min}$	posição do final do volume adjacente à parede em relação à parede
$\Delta r$	tamanho dos volumes de controle
$f$	fator de atrito
$e/D$	rugosidade relativa da canalização
$\overline{Re}$	número de Reynolds do escoamento médio
$Str$	número de Strouhal
$Str'$	número de Strouhal (adimensionalizado pela velocidade de fricção $u_\tau$ )
$f(trans)/f(est)$	relação entre o fator de atrito para escoamento pulsante e o fator de atrito para o mesmo número de Reynolds em escoamento estacionário.
$dpdx(trans)/dpdx(est)$	relação entre o gradiente de pressão para escoamento pulsante e o gradiente de pressão para o mesmo número de Reynolds em escoamento estacionário.

#### - Alfabeto Grego

$\tau_w$	tensão de cisalhamento na parede
$\varepsilon$	dissipação da turbulência
$\omega$	freqüência dos vórtices turbulentos
$\gamma$	amplitude de pulsação de $\overline{U}_m$
$\omega$	freqüência angular de pulsação de $\overline{U}_m$
$\nu$	viscosidade cinemática do fluido
$\rho$	massa específica do fluido
$\nu_t$	viscosidade cinemática turbulenta
$\tilde{\varepsilon}$	dissipação “modificada” da turbulência
$\sigma_k, \sigma_\varepsilon$	número de Prandtl turbulento
$\Phi$	campo escalar geral
$\Gamma$	coeficiente de difusão
$\Delta_o$	comprimento do volume adjacente à parede
$\gamma_i$	razão de aspecto dos volumes de controle ( $i=1, 2$ )
$\omega^+$	parâmetro adimensional de freqüência angular
$\langle \overline{uv} \rangle$	valor absoluto da tensão cisalhante de Reynolds
$\Theta$	ângulo de defasagem entre a tensão na parede e a velocidade média do



	escoamento
$\gamma_\tau$	razão entre as amplitudes de oscilação da tensão na parede e da velocidade média
$\theta_\tau$	ângulo de defasagem entre o gradiente de pressão e a tensão na parede

## Capítulo 4

### - Alfabeto Latino

FMVS	fluxo de massa pela válvula de sucção do compressor
FMVD	fluxo de massa pela válvula de descarga do compressor
FMVP	fluxo de massa entre da folga pistão-cabeçote para o orifício de descarga
$V(t), V$	volume do cilindro de compressão
$T, T(t), T_g(t)$	temperatura do gás dentro do cilindro de compressão
$P, P(t)$	pressão do gás dentro do cilindro de compressão
$M$	massa de gás dentro do cilindro do compressor
$M^0$	massa de gás dentro do cilindro do compressor no intervalo de tempo anterior
$R$	constante do gás
$T^0$	temperatura do gás dentro do cilindro de compressão no intervalo de tempo anterior
$P^0$	pressão do gás dentro do cilindro de compressão no intervalo de tempo anterior
$V^0$	volume do cilindro de compressão no intervalo de tempo anterior
$h_w$	coeficiente de convecção para a troca de calor entre o gás no cilindro e as paredes deste
$fm_i$	fluxo de massa de gás entrando e saindo do cilindro (o subíndice <b>i</b> indica o sentido)
$A_c, A_{troca}$	área de troca de calor entre as paredes do cilindro e o gás
$V$	volume específico do gás
$U_s$	velocidade do gás pela válvula de sucção
$U_d$	velocidade do gás pela válvula de descarga
$c_p$	calor específico do gás a pressão constante
$h_i$	entalpia do gás entrando e saindo do cilindro (o subíndice <b>i</b> indica o

	sentido)
$k$	condutividade térmica do gás
$D$	diâmetro do cilindro
$q_w, q$	fluxo de calor entre o gás e as paredes do cilindro (por unidade de área)
$T_w$	temperatura da parede do cilindro
$Re(t)$	número de Reynolds do gás dentro do cilindro
$L(t)$	fator de compressibilidade do gás
$\bar{U}$	velocidade média do pistão
$U$	velocidade instantânea do pistão
$Nu$	número de Nusselt
$L$	comprimento do cilindro
$A_{cis}$	área de cisalhamento do escoamento pela folga pistão-cabeçote
$A_{trans}$	área transversal ao escoamento pela folga pistão-cabeçote
$D_h$	diâmetro hidráulico da folga pistão cabeçote
$u$	velocidade do gás pela folga pistão-cabeçote
$f$	fator de atrito
$e/D$	rugosidade relativa da canalização
$h_0$	entalpia de estagnação do gás
$T_0$	temperatura de estagnação do escoamento
$C_c$	Coefficiente de contração
$A_{folga}$	área transversal da folga pistão-cabeçote
$A_{camara}$	área transversal da região do orifício de descarga
$l_{eff}$	comprimento efetivo
$R_{ori}$	raio do orifício de descarga
$H_{ori}$	altura do orifício de descarga

#### - Alfabeto Grego

$\rho, \rho(t)$	massa específica do gás dentro do cilindro de compressão
$\rho^0$	massa específica do gás dentro do cilindro de compressão no intervalo de tempo anterior
$\gamma$	razão entre os calores específicos
$\alpha$	difusividade térmica do gás
$\delta$	espessura da folga pistão - cabeçote
$\mu$	viscosidade do gás

$\tau_w$	tensão de cisalhamento nas paredes do cilindro
$\sigma_o, \sigma_i$	razão entre áreas

## RESUMO

O projeto de compressores de refrigeração doméstica envolve a análise de diversos aspectos físicos. Por exemplo, a eficiência dos sistemas de válvulas é afetada pelo escoamento pulsante nos filtros de sucção e de descarga, afetando a eficiência volumétrica do compressor através dos processos de enchimento e esvaziamento do cilindro. O presente trabalho considera a modelagem de transientes associados aos escoamentos em sistemas de sucção/descarga e na folga entre pistão e placa de válvulas, durante o esvaziamento do cilindro.

Para o caso de sistemas de sucção e descarga, a modelagem visa avaliar parâmetros do escoamento, tais como tensão de cisalhamento na parede e perfil de velocidade, sob diferentes níveis de transientes. Para isto, considera-se a situação simplificada de escoamento turbulento incompressível plenamente desenvolvido em dutos, submetido a pulsações no fluxo de massa. Para a avaliação das grandezas turbulentas, foram testados os modelos de turbulência  $k-\epsilon$  de Launder e Sharma (1974),  $k-\omega$  de Wilcox (1994) e  $k-\epsilon$   $v^2-f$  de Durbin (1991). As equações governantes foram discretizadas de acordo com a metodologia de volumes finitos e resolvidas através do algoritmo TDMA. Os resultados numéricos, validados através da comparação com dados experimentais, mostram que os transientes provocam alterações significativas na tensão de cisalhamento na parede e outros parâmetros do escoamento.

Para a folga entre pistão e placa de válvulas, desenvolve-se uma metodologia para resolver o esvaziamento do cilindro, considerando uma formulação unidimensional para o escoamento compressível e a hipótese de gás ideal. O método dos volumes finitos é adotado em uma malha que se deforma em função do movimento do pistão. O modelo é acoplado a um código de simulação do compressor e obtêm-se resultados para pressão e temperatura do gás no cilindro, bem como para o deslocamento das válvulas de sucção e descarga. A análise dessas quantidades mostra que existe uma variação apreciável dos valores da pressão e velocidade entre a parede do cilindro e a entrada da válvula de descarga.

## ABSTRACT

The design of reciprocating compressors employed in refrigeration involves the analysis of several physical aspects. For instance, the efficiency of valves is affected by the pulsating flow in the suction and discharge systems. Additionally, the compressor volumetric efficiency depends on the cylinder intake and discharge processes. The present work considers the modeling of transient effects associated to the flow in suction and discharge systems and in the cylinder during the fluid discharge.

For the case of suction and discharge systems, the modeling aims to evaluate flow parameters, such as wall shear stress and velocity profile, under different transient levels. The simplified situation of fully developed incompressible turbulent flow is considered, submitted to mass flow rate harmonic oscillations. For the evaluation of the turbulence quantities, the  $k-\epsilon$  of Launder and Sharma (1974), the  $k-\omega$  model of Wilcox (1994) and the  $k-\epsilon$   $v^2-f$  of Durbin (1991) have been adopted. The governing equations were discretized with the finite volume methodology and solved through the TDMA algorithm. Numerical results, validated through comparisons with experimental data, show that the transients give rise to important variations in the wall shear stress and other flow parameters.

In the second part of the work, a numerical methodology is developed to solve the flow in cylinder during the discharge process. A one-dimensional formulation is adopted for the compressible flow in the gap between piston and valve plate, combined with the ideal gas hypothesis. The finite volume methodology is applied on a deforming mesh that adapts itself according to the piston position. The model is incorporated into a compressor simulation code and results are obtained for pressure and gas temperature in the cylinder, as well as for the displacement of the suction and discharge valves. The analysis indicates that flow properties, such as pressure and velocity, display an important radial variation between the cylinder wall and the discharge valve entrance .

## CAPÍTULO 1

### INTRODUÇÃO

#### 1.1. Considerações Iniciais

O compressor é um equipamento responsável pelo bombeamento do fluido de trabalho em sistemas de refrigeração com o objetivo de fornecer energia de pressão através de um ciclo de compressão. Podem ser citados como exemplos de sua utilização: condicionamento de ar residencial, condicionamento de ar em automóveis, refrigeração comercial e doméstica, etc.

Dentre os vários tipos de compressores, o presente trabalho estará enfocando os compressores de deslocamento positivo, mais especificamente os alternativos. Nestes compressores o ciclo de compressão é efetuado de forma alternativa via pistão. Este tipo de compressor é largamente utilizado em todos os ramos da refrigeração.

Um esquema simplificado de um compressor alternativo utilizado em sistemas de refrigeração é apresentado na figura 1.1.

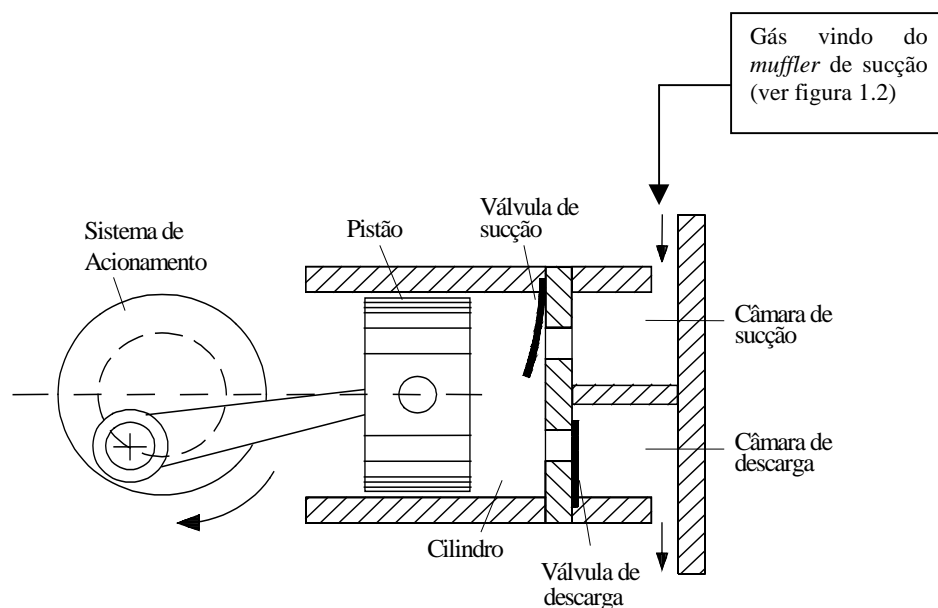


Figura 1.1 – Esquema de um compressor alternativo; (modificada de Possamai, 1994).

No compressor, o fluido é admitido para dentro do cilindro via sistema de sucção (*muffer* (*silenciador*), câmara e válvula de sucção), conforme ilustrado na figura 1.2. A válvula de sucção tem a sua abertura originada pela diferença de pressão entre a câmara de sucção e o cilindro. Posteriormente, o fluido sofre um processo de compressão até o momento que, por

diferença de pressão entre o cilindro e as câmaras, há o fechamento da válvula de sucção e, posteriormente, a abertura da válvula de descarga. Há então o escoamento do fluido pelo sistema de descarga rumo ao sistema de trabalho.

O *muffler* de sucção é constituído de câmaras e tubos dispostos alternadamente, conforme indicado na figura 1.2. Este componente tem um papel importante no desempenho do compressor, uma vez que reduz a pulsação de pressão gerada junto à válvula de sucção, reconhecida como uma fonte importante de ruído. Além disso, o *muffler* afeta a eficiência volumétrica do compressor, pois a troca de calor ao longo do mesmo atua diretamente no valor da massa específica do gás que entra no cilindro.

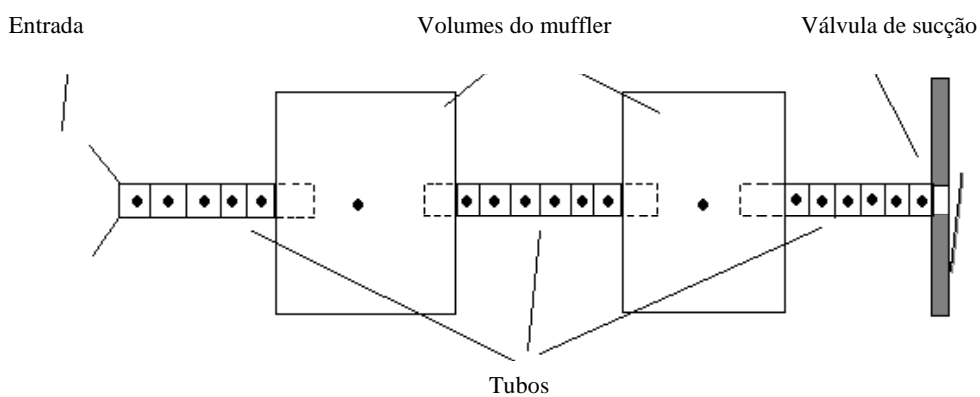


Figura 1.2 – Muffler de sucção.

A força originada pelo campo de pressão do escoamento através das válvulas tem um papel fundamental nos seus movimentos de abertura e fechamento. Sendo assim, para o projeto de válvulas de alta eficiência, deve-se conhecer em detalhes as características do escoamento. Além das válvulas, a eficiência do compressor é também afetada pelo escoamento nos sistemas de sucção e de descarga, bem como no interior do cilindro, decorrente de perdas de carga, trocas de calor, geração de ruído, etc.

Em função do exposto, fica evidente que a otimização de componentes de compressores passa pela análise e entendimento do escoamento de fluido refrigerante. Esta tarefa pode ser realizada experimentalmente e/ou numericamente.

Embora resultados experimentais sejam desejáveis para se analisar o escoamento, algumas vezes um experimento pode ter um custo elevado e, em certas situações, mesmo impossível de ser realizado. A simulação numérica é outra forma de se avaliar a estrutura do escoamento e analisar assim variáveis de interesse. Deve-se ressaltar, porém que, assim como a qualidade dos resultados experimentais está diretamente ligada à qualidade e precisão do experimento, a

qualidade dos resultados numéricos está associada à capacidade do modelo computacional em representar o fenômeno físico. Assim, hipóteses simplificativas, modelos de turbulência, discretizações espacial e temporal, entre outros aspectos, fazem da simulação numérica uma atividade que também demanda um senso crítico apurado. Atualmente, empresas atuando na fabricação de compressores adotam a simulação numérica como ferramenta importante no desenvolvimento de novos produtos.

## **1.2. Objetivos do trabalho**

A evolução dos recursos computacionais tem permitido o aprimoramento de modelos matemáticos para a descrição precisa de diversos fenômenos físicos que até pouco tempo atrás só podiam ser observados experimentalmente.

Diversos trabalhos, descritos no capítulo 2, buscaram tornar a experimentação numérica cada vez mais precisa no que tange à simulação de compressores alternativos. O presente trabalho se insere neste contexto, tendo como objetivo a análise numérica de escoamentos transientes em compressores. A análise enfocará os sistemas de sucção e descarga de compressores alternativos, onde, conforme descrito anteriormente, o escoamento assume um papel fundamental.

Para alcançar o objetivo supracitado, serão analisadas duas situações distintas de escoamentos. Na primeira delas, investigam-se as forças viscosas em sistemas de sucção e descarga. O escoamento, pela própria dinâmica das válvulas automáticas, é de natureza transiente e este aspecto, como demonstrado na literatura, pode afetar consideravelmente a tensão cisalhante na parede. Esta investigação permitirá uma melhor compreensão dos fenômenos físicos envolvidos, o aprimoramento de metodologias de simulação do compressor, bem como uma análise de diferentes alternativas para a modelação do escoamento turbulento.

A segunda situação refere-se ao desenvolvimento de um modelo matemático simplificado para a análise do escoamento no cilindro durante a abertura da válvula de descarga. Salinas-Casanova (2001) e Matos (2002) investigaram numericamente o fenômeno, trazendo subsídios importantes para o seu entendimento e fornecendo uma ferramenta de auxílio no projeto de compressores. No entanto, as metodologias numéricas desenvolvidas pelos referidos autores apresentam um custo computacional elevado, o que torna difícil a sua utilização em situações práticas de engenharia.



### **1.3. Organização do documento**

Este capítulo teve o propósito de indicar a motivação e os objetivos do presente trabalho. No capítulo 2 apresenta-se uma revisão de trabalhos abordando escoamentos em compressores, com ênfase naqueles em regime transiente.

Nos capítulos 3 e 4 são abordadas as duas situações de interesse, discutidas anteriormente. Para cada uma delas, são apresentados em detalhes os modelos matemáticos, as hipóteses simplificativas e a metodologia de solução, além de uma discussão dos resultados.

O capítulo 5 fornece um fechamento da investigação, com a indicação das principais conclusões e de sugestões para trabalhos futuros.

## **CAPÍTULO 2**

### **REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

Diversos trabalhos são encontrados na literatura referentes à simulação de compressores alternativos. Por exemplo, Ussyk (1984) desenvolveu uma ferramenta numérica de simulação, envolvendo a solução de um sistema de várias equações acopladas, tais como:

- volume, relacionando o ângulo de giro do eixo-motor;
- relações termodinâmicas fornecendo massa de gás, pressão e temperatura no cilindro;
- vazamento de gás pela folga pistão cilindro;
- equações para o escoamento do gás refrigerante através das válvulas de sucção e descarga;
- equações da dinâmica das válvulas.

Além dessas equações, cinco conjuntos básicos de informações experimentais são acoplados ao modelo: dados de áreas efetivas de força e de escoamento sobre as válvulas, frequências naturais, modos de vibração e coeficiente de amortecimento das válvulas e índices politrópicos da compressão e expansão. Resultados como deslocamento e fluxo de massa nas válvulas bem como eficiência e capacidade do compressor foram gerados. Ussyk (1984) apresenta também uma revisão de trabalhos anteriores relacionados à simulação de compressores.

Atualmente existem modelos matemáticos mais elaborados do que os utilizados por Ussyk (1984) e que melhoram substancialmente os resultados da simulação de compressores. Por exemplo, Pérez-Segarra et al. (1996) e Deschamps et al. (2002) adotam uma formulação de escoamento compressível transiente unidimensional, com o atrito viscoso na parede sendo avaliado através de correlações clássicas de fator de atrito.

Deve ser destacado que em um compressor alternativo as válvulas apresentam um movimento de abertura e fechamento periódico. Conseqüentemente o fluxo de massa que entra e sai do cilindro via os sistemas de sucção e de descarga possui um comportamento pulsante. De fato, regiões de grande aceleração e desaceleração são encontradas nesses sistemas e, desta forma, é necessário que se tenha um modelo matemático que descreva de forma precisa os efeitos destes transientes. São especificamente os trabalhos relacionados a

escoamentos transientes em sistemas de sucção, descarga e no cilindro de compressores alternativos os focos da presente revisão bibliográfica.

A fim de maior clareza, a revisão desses trabalhos é realizada a seguir em seções distintas, tentando enquadrá-los de acordo com os objetivos indicados no capítulo 1.

## **2.1 Escoamentos pulsantes em canalizações**

Como mencionado anteriormente, as correlações empregadas para a avaliação da tensão de atrito na parede dos sistemas de sucção e de descarga são aquelas desenvolvidas para escoamentos estacionários. Naturalmente, o escoamento em um muffler de sucção apresenta transientes muito elevados e pode-se assim questionar o uso dessas correlações. Assim, um estudo mais detalhado sobre o comportamento de escoamentos pulsantes em canalizações pode trazer subsídios relevantes à modelagem numérica de compressores.

Uchida (1956) resolveu analiticamente o escoamento laminar, incompressível, e plenamente desenvolvido em canalizações, submetido a uma condição de pulsação no gradiente de pressão. A forma da pulsação foi descrita como uma série de Fourier de senos e cossenos, e o método de solução analítico da equação de Navier-Stokes nestas condições foi obtido via expansão em autofunções. Como resultados pode-se destacar a existência de um atraso na fase da variação da velocidade do escoamento em relação ao gradiente de pressão. Este atraso é zero para a condição estacionária e tende a  $90^\circ$  para uma pulsação de frequência infinita. Uchida (1956) constatou também que o perfil de velocidade do escoamento fica alterado em relação ao do plenamente desenvolvido.

O trabalho de Uchida (1956) é útil para o entendimento do comportamento de escoamentos submetidos a condições transientes pulsantes. No entanto, deve-se notar que o regime turbulento prevalece em praticamente todas as aplicações tecnológicas. Como a turbulência não é possível de ser avaliada analiticamente, a modelação numérica e a investigação experimental são as únicas alternativas possíveis.

Do ponto de vista experimental, uma série de trabalhos relacionados a escoamentos pulsantes podem ser relacionados. Mizushina et al. (1973) investigaram um escoamento turbulento pulsante e plenamente desenvolvido em dutos. O fluido de trabalho utilizado foi uma solução aquosa e a pulsação do escoamento foi estabelecida por bombas. Nesses experimentos os autores utilizaram técnicas eletroquímicas para a medição da velocidade. Os resultados foram obtidos para um número de Reynolds médio de 10.000, e constatou-se pelos referidos autores que em baixas frequências de pulsação o perfil de velocidade se assemelha muito a uma situação de escoamento estacionário e quase não há oscilação da intensidade da turbulência. Já para altas frequências de pulsação os perfis de velocidade são alterados,

obtendo-se valores para a tensão de Reynolds negativos, mesmo com o gradiente do campo médio de velocidades positivo. Assim, a hipótese de Boussinesq, utilizada em praticamente todos os modelos de turbulência baseados no conceito de viscosidade turbulenta, se torna inapropriada na modelação da estrutura do escoamento em questão.

Ramaprian e Tu (1983a, 1983b) também investigaram escoamentos pulsantes plenamente desenvolvidos em dutos, usando a água como fluido de trabalho. A velocidade instantânea foi medida via velocimetria laser Doppler e a tensão cisalhante na parede através da anemometria de fio quente. Os autores procuraram quantificar variáveis para caracterizar o escoamento, tais como perfil de velocidade, variação da tensão cisalhante na parede, tensão de Reynolds e intensidade da turbulência. Os dados mostram com bastante clareza que escoamentos pulsantes apresentam uma estrutura diferenciada. Um exemplo interessante de resultado mostra que para escoamentos pulsantes em determinadas amplitudes e frequências de pulsação, o perfil logarítmico de velocidade não é válido. Esta constatação é muito importante, pois grande parte dos tratamentos da região da parede efetuados para modelos de turbulência a altos números de Reynolds utiliza este conceito.

Mao e Hanratty (1986) analisaram um escoamento turbulento plenamente desenvolvido submetido a uma variação cossenoidal da vazão. Foram utilizadas frequências de pulsação de 0,625Hz e 0,325Hz, para um número de Reynolds médio variando entre 15.000 e 70.000. Dentre os resultados obtidos, pode-se destacar a diferença de fase entre a velocidade no centro da canalização e o gradiente de velocidade na parede. Este resultado é de grande importância, uma vez que para os cálculos do fator de atrito, as correlações não levam em conta esta defasagem. Foi também observada uma defasagem entre as oscilações da tensão na parede e do gradiente de pressão.

Finnicum e Hanratty (1988) observaram que em escoamentos turbulentos pulsantes com frequências baixas de pulsação, a tensão na parede, a velocidade da linha de centro e a intensidade da turbulência estão aproximadamente em fase. Em frequências de pulsação mais elevadas, a turbulência não responde às oscilações na vazão e, por conseguinte, a variação induzida na intensidade da turbulência fica pequena mesmo que a variação da fase entre a tensão na parede e o gradiente de pressão seja grande. Foi notado também que à medida que se aumenta a frequência de pulsação, a diferença de fase entre o gradiente de pressão e a tensão na parede vai crescendo até um valor limite em torno de  $45^\circ$ . Este valor para a diferença de fase é o valor previsto pela teoria de escoamento quase laminar (Uchida, 1956).

Tardu et al. (1993) analisaram escoamentos turbulentos pulsantes em canalizações para um vasto intervalo de amplitudes e frequências de pulsação. Eles perceberam que os valores médios no ciclo para o perfil de velocidades, a intensidade da turbulência e a tensão na parede

são muito próximos dos resultados para escoamentos estacionários. Com relação à tensão na parede, esta constatação também foi feita por Mao e Hanratty (1986).

Barker e Williams (2000) analisaram experimentalmente o comportamento do coeficiente de troca de calor em escoamentos turbulentos pulsantes em canalizações. Foi observado pelos autores que o fluxo de calor na parede diminui drasticamente em algumas posições do ciclo de oscilação. A justificativa para tal comportamento foi atribuída ao fenômeno de relaminarização do escoamento, originado pelo decréscimo na produção da turbulência associada ao confinamento da deformação do escoamento na subcamada limite viscosa, colapsando a produção da turbulência. Como consequência, o escoamento não consegue mais manter o regime turbulento e laminariza mesmo em altos números de Reynolds. A previsão deste comportamento do escoamento é crucial, já que reduz drasticamente a troca de calor e o fator de atrito na parede.

Ohmi et al. (1978) resolveram numericamente o escoamento turbulento pulsante plenamente desenvolvido em um duto circular. As equações que regem o fenômeno foram discretizadas via diferenças finitas e as equações da turbulência foram fechadas via um modelo algébrico para a viscosidade turbulenta. No modelo algébrico a velocidade de fricção  $u^*$  ( $\equiv u / \sqrt{\tau_w / \rho}$ ) foi avaliada de duas formas: i) considerando o campo médio de velocidades (viscosidade turbulenta independente do tempo) e ii) considerando o campo instantâneo de velocidades. Os autores procuraram avaliar o comportamento do perfil de velocidade em função da frequência de pulsação. Foi constatado que os modelos compararam bem com os dados experimentais em frequências altas de pulsação, mas o mesmo não acontecendo em frequências baixas, sendo que o modelo com a velocidade de fricção variando com o tempo obtendo uma melhor performance.

Kita et al. (1980) também utilizou um modelo algébrico para viscosidade turbulenta. Foram gerados resultados de perfil de velocidade, variação da tensão cisalhante na parede em função da frequência, o comportamento do fator de atrito em função do número de Reynolds e a diferença de fase entre a tensão na parede e a velocidade.

Ramaprian et al. (1983a) utilizaram o modelo algébrico de Prandtl para prever o comportamento de escoamentos pulsantes. Os resultados obtidos não se restringiram unicamente a parâmetros globais do escoamento, tais como perfil de velocidade, tensão na parede, ângulo de fase, etc., mas abrangeram uma análise mais detalhada da estrutura da turbulência, incluindo valores da tensão de Reynolds e da intensidade da turbulência. Os autores constataram que os resultados não concordavam bem com os dados experimentais, principalmente em baixas frequências de pulsação. A concordância era tão melhor quanto maior a frequência de pulsação, devido ao fato de que nas maiores frequências o gradiente de

pressão e de inércia são os termos dominantes na equação da quantidade de movimento, com o efeito da turbulência praticamente desprezível. Por este motivo, os resultados dos modelos algébricos tendem a ter uma melhor concordância com dados experimentais em altas frequências, já que as limitações inerentes aos modelos nestas situações acabam por não afetar os resultados.

É conveniente mencionar que os modelos de turbulência algébricos, embora de fácil implementação e de baixo custo computacional, carecem de embasamento físico em sua formulação. Por exemplo, pelo fato de não utilizarem uma equação de transporte para as variáveis turbulentas, o efeito dos transportes por difusão e convecção não é levado em consideração no cálculo da viscosidade turbulenta. Em muitas situações (como, por exemplo, escoamentos com regiões de recirculação) são justamente estes termos que regem o fenômeno físico. Além disto, também por não possuírem uma equação de transporte para as variáveis turbulentas, esses modelos não têm como avaliar a variação das propriedades turbulentas em regimes transientes, devido à inexistência dos termos de inércia. Alguns modelos algébricos se propõem a considerar a variação temporal em suas equações mas carecem de generalidade, com a qualidade dos resultados podendo deteriorar quando o comportamento do escoamento for diferente daquele utilizado no seu desenvolvimento. Maiores detalhes sobre modelos de turbulência algébricos e de suas limitações podem ser obtidos em Silva Freire et al. (2002).

Cotton e Ismael (1996) usaram um modelo de turbulência que leva em consideração os termos de transporte, representado pelo modelo  $k$ - $\varepsilon$  para baixos números de Reynolds de Launder e Sharma (1974). Os resultados obtidos com este modelo mostraram serem melhores que os obtidos com os modelos algébricos, fornecendo uma boa concordância com resultados experimentais em uma grande faixa de frequências de pulsação. No trabalho de Cotton e Ismael (1996) são apresentados resultados de variação da tensão média na parede, variação da amplitude da tensão média na parede, defasagem entre as oscilações da tensão na parede e da velocidade média, defasagem entre as oscilações da tensão na parede e do gradiente de pressão. Os autores constataram que em baixas frequências de pulsação, onde os termos de inércia são pequenos em relação aos demais termos na equação da quantidade de movimento, os modelos desenvolvidos para situações de regime estacionário podem prever o comportamento do escoamento de forma satisfatória. Em frequências elevadas de pulsação, onde o comportamento do escoamento é dominado pelos termos de inércia e de pressão, os detalhes dos modelos de turbulência não são importantes e os resultados obtidos com a teoria quase laminar (Uchida, 1956) representam bem os dados experimentais. Entretanto, nas faixas de frequência entre esses dois limites, um modelo mais elaborado para a turbulência precisa ser utilizado.

O primeiro grande objetivo do presente trabalho é desenvolver uma ferramenta numérica capaz de prever com qualidade o comportamento de escoamentos pulsantes plenamente desenvolvidos em canalizações. As equações da turbulência serão fechadas com a utilização de três modelos diferenciais: o modelo k- $\epsilon$  de Launder e Sharma (1974), o modelo k- $\omega$  de Wilcox (1994) e o modelo  $\overline{v^2}$ -f de Durbin (1991).

Além de melhor compreender o comportamento e a estrutura do escoamento na presença de diferentes transientes, objetiva-se também avaliar o desempenho desses modelos na previsão dos dados experimentais dos trabalhos anteriormente descritos. A implementação computacional também será verificada através da comparação dos resultados deste trabalho com os resultados numéricos obtidos por Cotton e Ismael (1996).

Finalmente, procura-se também desenvolver uma correlação para a tensão na parede que possa ser aplicada na solução numérica de escoamentos transientes unidimensionais, tal como são modelados em sistemas de sucção e de descarga de compressores.

## **2.2 Modelação do escoamento em cilindros de compressores alternativos**

Na literatura podem ser encontrados muitos trabalhos além do desenvolvido por Ussyk (1984) que aborda a simulação numérica de compressores alternativos como, por exemplo, Srinivas et al. (2002), Longo et al. (2003), Bassi et al. (2000) e Corberan (2000). Nesses trabalhos, o cilindro do compressor foi modelado via formulação integral, com a pressão e a temperatura sendo avaliadas considerando o processo de compressão e expansão como politrópico (Srinivas et al., 2002; Ussyk, 1984), ou utilizando a primeira lei da termodinâmica combinada com a equação de estado do gás (Longo et al., 2003; Corberán, 2000).

A modelação termodinâmica ou politrópica do processo de compressão cilindro do compressor através de uma análise integral para a avaliação de propriedades médias apresenta ótima concordância com o fenômeno físico quando valores de pressão, temperatura e massa específica dentro do cilindro são pouco afetados pelo escoamento, ou seja, por um campo de velocidades. Assim, quando o pistão se encontra afastado da placa de válvulas, a análise integral apresenta resultados satisfatórios, uma vez que os termos dominantes no fenômeno físico são os termos de variação volumétrica. Além disso, a transferência de calor na parede do cilindro pode ser modelada de maneira satisfatória por correlações empíricas (Catto, 1996; Todescat et al., 1993; Fagotti e Prata, 1998). Entretanto, quando o pistão se aproxima do ponto morto superior e a válvula de descarga se abre há um escoamento na folga entre as paredes do pistão e o cabeçote em direção ao orifício de descarga. Matos (2002) encontrou nesses casos uma variação de pressão ao longo da superfície do pistão de aproximadamente 2,4 bar, originada pelo escoamento, em um campo de pressão com valor médio de 18 bar.

Nessas situações, balanços integrais para o cálculo das propriedades do cilindro são ineficazes, não conseguindo captar fenômenos observados em dados experimentais e também numericamente por Matos (2002). A metodologia desenvolvida por Matos (2002) adota o modelo de turbulência RNG  $k-\epsilon$  de Orzag et al. (1993) e, embora para uma formulação bidimensional, possui um custo computacional extremamente elevado (14 dias para a simulação de 4 ciclos de compressão em um Pentium III 700MHz), decorrente de diversos aspectos. Um deles decorre do fato de que, além do escoamento no cilindro, o modelo resolve o escoamento e a dinâmica da válvula de descarga de forma acoplada. Atualmente os recursos computacionais estão sendo reduzidos com o emprego de novas metodologias de solução (Rovaris, 2004) e o tempo de processamento requerendo em torno de um dia. Mesmo assim, o código é de difícil emprego na indústria pois no desenvolvimento de um projeto é necessária uma série de simulações.

Em função do exposto, o terceiro objetivo traçado para o presente trabalho é o desenvolvimento de uma metodologia simplificada que permita a solução do escoamento no cilindro do compressor, junto ao ponto morto superior e durante a abertura da válvula de descarga. Busca-se uma redução drástica do custo computacional e, ainda sim, captar os fenômenos físicos observados experimentalmente e por Matos (2002).



## CAPÍTULO 3

### MODELAÇÃO DE ESCOAMENTOS TURBULENTOS PULSANTES EM CANALIZAÇÕES

#### 3.1. Introdução

Conforme exposto no capítulo anterior, a estrutura de um escoamento transiente difere daquela de um escoamento estacionário. Escoamentos transientes são encontrados em componentes de compressores e, desta forma, torna-se importante uma análise detalhada de seu comportamento.

Os objetivos desta parte do trabalho são o de fornecer uma ferramenta numérica para avaliar escoamentos pulsantes e, a partir da mesma, analisar o comportamento do escoamento sob diferentes condições de transiente.

#### 3.2. Formulação do problema

As seguintes hipóteses foram adotadas na modelação do problema:

- a) *Escoamento turbulento*: os níveis de velocidade são característicos de situações encontradas em aplicações de engenharia;
- b) *Escoamento incompressível*: não há variação da massa específica do fluido em função da variação do campo de pressão;
- c) *Escoamento plenamente desenvolvido*: O problema segue uma formulação unidimensional, com variações apenas na direção radial;
- d) *Escoamento isotérmico*: Não há variação de temperatura e, desta forma, a equação da energia não é resolvida.
- e) *Fluido Newtoniano*.

A pulsação do escoamento é imposta pela variação da vazão, representada por uma oscilação harmônica da forma

$$U_m(t) = \bar{U}_m [1 + \gamma \cos(\omega t)] \quad (3.1)$$

onde  $U_m(t)$ ,  $\bar{U}_m$ ,  $\gamma$ ,  $\omega$  representam, respectivamente, a velocidade média instantânea, a média cíclica de  $U_m(t)$ , a amplitude e a frequência angular de pulsação.

Como o escoamento a ser resolvido é em regime turbulento, se faz necessário utilizar um modelo de turbulência. O procedimento estatístico convencional para um escoamento turbulento estacionário é decompor as propriedades instantâneas do escoamento em um valor médio temporal e uma componente de flutuação.

$$\tilde{U} = U + u \quad (3.2)$$

sendo  $U$  o valor médio da velocidade e  $u$  a componente de flutuação. Devido ao fato do escoamento tratado no presente trabalho ser transiente, uma definição equivalente é requerida e é baseada em uma média sobre um número de ciclos aceitável.

Considerando as hipóteses já definidas, as equações governantes são:

*a) Conservação da quantidade de movimento na direção axial*

$$\frac{\partial U}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \left( v \frac{\partial U}{\partial r} - \overline{uv} \right) \right] \quad (3.3)$$

onde  $U$ ,  $dp/dx$  são, respectivamente, a velocidade e o gradiente de pressão. Define-se  $-\overline{p'v'}$  como a tensão cisalhante de Reynolds. É oportuno dizer que a velocidade  $U$  e  $\overline{uv}$  são funções da posição radial e do tempo, enquanto que o gradiente de pressão  $dp/dx$  é função apenas do tempo. As propriedades do fluido são representadas pela densidade  $\rho$  e a viscosidade cinemática  $\nu$ , ambas consideradas constantes.

*b) Conservação da massa na forma integral*

$$\frac{1}{(\pi R^2)} \int_0^R U(2\pi r dr) = U_m(t) \quad (3.4)$$

onde  $R$  representa o raio da canalização.

A equação (3.3) é denominada “equação de Reynolds”. O termo  $\overline{uv}$  representa a transferência de quantidade de movimento originada pelas estruturas turbulentas. A inserção

deste termo na parcela difusiva da equação é um artifício matemático para facilitar a solução das equações, assumindo que a mesma representa um acréscimo na tensão cisalhante.

Existem basicamente três formas de solução da turbulência. As duas primeiras formas são a simulação numérica direta (DNS) e a simulação de grandes escalas (LES), as quais resolvem diretamente a equação de Navier Stokes. A terceira forma resolve as equações de Reynolds para o campo de velocidades médio. As tensões de Reynolds presentes nas equações médias são determinadas por um modelo de turbulência, que pode ser um modelo baseado no conceito de viscosidade turbulenta ou mais diretamente aproximado por modelos de transporte para as tensões de Reynolds. Uma maior explicação quanto a cada um dos métodos, suas vantagens e limitações podem ser encontradas em Silva Freire et al. (2002) e Pope (2000). No presente trabalho, a turbulência é modelada segundo o conceito de viscosidade turbulenta, com a tensão de Reynolds  $-\overline{\rho uv}$  sendo modelada através da hipótese de Boussinesq:

$$-\overline{uv} = \nu_t \frac{\partial U}{\partial r} \quad (3.5)$$

A hipótese de Boussinesq define a tensão cisalhante de Reynolds como diretamente proporcional à deformação do campo médio de velocidade.

Com a utilização da equação (3.5), o sistema de equações está praticamente fechado, faltando apenas avaliar a viscosidade turbulenta  $\nu_t$ . É exatamente o valor  $\nu_t$  que é calculado pelos modelos de turbulência. Deve-se ter em mente que a viscosidade turbulenta não é uma propriedade do fluido e sim do escoamento, podendo variar espacialmente e temporalmente.

Utilizando a hipótese de Boussinesq, a equação (3.3) fica da seguinte forma:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \left( (\nu + \nu_t) \frac{\partial U}{\partial r} \right) \right] \quad (3.6)$$

Existem diversas classes de modelos de turbulência baseados no conceito de viscosidade turbulenta, envolvendo desde simples relações algébricas até sistema de equações diferenciais. No presente trabalho adotam-se os modelos mais difundidos para a simulação de escoamentos turbulentos, todos de natureza diferencial. Detalhes desses modelos são fornecidos a seguir.

### 3.2.1. Modelo k-ε para baixos números de Reynolds (Launder e Sharma, 1974)

O modelo k-ε para baixos números de Reynolds de Launder e Sharma (1974) apresenta o seguinte conjunto de equações:

$$v_t = c_\mu f_\mu \frac{k^2}{\tilde{\epsilon}} \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial k}{\partial t} = P_k + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \left( v + \frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial r} \right] - \tilde{\epsilon} - 2v \left( \frac{\partial k^{1/2}}{\partial y} \right)^2 \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial \tilde{\epsilon}}{\partial t} = c_{\epsilon 1} \frac{\tilde{\epsilon}}{k} P_k + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \left( v + \frac{v_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \tilde{\epsilon}}{\partial r} \right] - c_{\epsilon 2} f_2 \frac{\tilde{\epsilon}^2}{k} + 2vv_t \left( \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} \right)^2 \quad (3.9)$$

sendo que:

$$P_k = v_t \left( \frac{\partial U}{\partial r} \right)^2 \quad (3.10)$$

$$f_\mu = \exp \left[ \frac{-3,4}{(1 + Re_t/50)^2} \right] \quad (3.11)$$

$$f_2 = 1 - 0,3 \exp(-Re_t^2) \quad (3.12)$$

$$Re_t = \frac{k^2}{v\tilde{\epsilon}} \quad (3.13)$$

onde  $v_t$ ,  $k$ ,  $P_k$ ,  $y$  e  $Re_t$  são, respectivamente, a viscosidade cinemática turbulenta, a energia cinética turbulenta, a produção de energia cinética turbulenta, a distância à parede e o número de Reynolds da turbulência. O modelo é apropriado para baixos números de Reynolds porque permite resolver as regiões próximas às paredes, onde os efeitos viscosos começam a ser importantes ( $Re_t < 100$ ). As constantes  $f_\mu$  e  $f_2$  são funções de amortecimento introduzidas para fornecer o decaimento correto da turbulência.

A dissipação modificada  $\tilde{\epsilon}$  da turbulência

$$\tilde{\epsilon} = \epsilon - 2v \left( \frac{\partial k^{1/2}}{\partial y} \right)^2 \quad (3.14)$$

envolvendo a dissipação da turbulência  $\epsilon$ , é a variável resolvida no modelo k-ε de Launder e Sharma (1974), permitindo que se prescreva o seu valor na parede como nulo  $\tilde{\epsilon} = 0$ . Segundo Launder e Sharma (1974), esta escolha de variável traz vantagens para a implementação numérica do modelo.

O modelo k- $\varepsilon$  possui 5 constantes:  $c_\mu=0,09$ ,  $\sigma_k=1,0$ ,  $\sigma_\varepsilon=1,3$ ,  $c_{\varepsilon 1}=1,44$  e  $c_{\varepsilon 2}=1,92$ . Maiores detalhes sobre este modelo podem ser obtidos em Pope (2000) e Silva Freire et al (2002).

### 3.2.2. Modelo k- $\omega$ para baixos números de Reynolds (Wilcox, 1994)

O modelo k- $\omega$  de Wilcox (1994) possui a expressão para a viscosidade turbulenta  $\nu_t$  e para a equação de transporte da energia cinética da turbulência k semelhantes às equações do modelo k- $\varepsilon$ . A principal diferença reside na utilização da vorticidade da turbulência  $\omega$  ao invés de  $\varepsilon$  como segunda variável. Segundo Wilcox (1993), para escoamentos de camada limite, o modelo k- $\omega$  é superior tanto no tratamento da subcamada limite viscosa como na avaliação de efeitos originados por gradientes adversos de pressão.

A versão do modelo k- $\omega$  para baixos números de Reynolds utiliza funções de amortecimento para regiões de parede. As equações do modelo são:

$$\nu_t = c_\mu f_\mu \frac{k}{\omega} ; \text{ com } \omega = \frac{\varepsilon}{k} \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial k}{\partial t} = P_k + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial r} \right] - c_k f_k \omega k \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = c_{\omega 1} f_\omega \frac{\omega}{k} P_k - c_{\omega 2} \omega^2 + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial r} \right] \quad (3.17)$$

$$f_\mu = (0,025 + R_t / 6,0) / (1,0 + R_t / 6,0) \quad (3.18)$$

$$f_k = \left[ 0,278 + (R_t / 8,0)^4 \right] / \left[ 1,0 + (R_t / 8,0)^4 \right] \quad (3.19)$$

$$f_\omega = \left[ (0,1 + R_t / 2,7) / (1,0 + R_t / 2,7) \right] f_\mu^{-1} \quad (3.20)$$

$$R_t = \frac{k^2}{\nu \varepsilon} \quad (3.21)$$

As constantes do presente modelo são:  $c_\mu = 1,0$ ,  $c_k = 0,09$ ,  $c_{\omega 1} = 0,56$ ,  $c_{\omega 2} = 0,075$ ,  $\sigma_k = \sigma_\omega = 2,0$ .

### 3.2.3. Modelo $\overline{v^2}$ -f (Durbin, 1991)

O modelo  $\overline{v^2}$ -f de Durbin (1991) é ainda relativamente pouco conhecido e, ao contrário dos outros dois modelos, possui três equações diferenciais para grandezas turbulentas. Embora adote também equações para k e  $\varepsilon$ , o modelo consegue avaliar a anisotropia da turbulência em regiões próximas às paredes, com o emprego de uma equação de transporte também para a tensão de Reynolds normal às linhas de corrente  $\overline{v^2}$ . De fato,

Durbin (1991) usa  $\overline{v^2}$  para o cálculo da viscosidade turbulenta, ao invés da energia cinética turbulenta  $k$ , argumentando que  $\overline{v^2}$  fornece a escala correta para representar o amortecimento da turbulência próximo a paredes sólidas, algo que a energia cinética  $k$  não consegue prever. Fazendo desta forma, não há a necessidade do uso de funções de amortecimento junto à parede, como as utilizadas pelos dois modelos anteriormente descritos. O decaimento do transporte turbulento próximo a anteparos sólidos é obtido indiretamente resolvendo-se uma equação de relaxação elíptica para a variável  $f$ , evidenciada na equação de transporte para  $\overline{v^2}$ . O modelo  $\overline{v^2}$ - $f$  também resolve equações algébricas para as escalas de tempo ( $T$ ) e de comprimento ( $L$ ) da turbulência em função dos demais parâmetros calculados. Tais equações foram desenvolvidas para fornecer valores de escalas nunca menores que as escalas de Kolmogorov. As equações do modelo  $\overline{v^2}$ - $f$ , já simplificadas para a formulação unidimensional do presente trabalho podem ser escritas como:

$$v_t = C_\mu \overline{v^2} T \quad (3.22)$$

$$\frac{\partial k}{\partial t} = P + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r(v + v_t) \frac{\partial k}{\partial r} \right] - \varepsilon \quad (3.23)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{C_{\varepsilon 1} P - C_{\varepsilon 2} \varepsilon}{T} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \left( v + \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \right] \quad (3.24)$$

$$\frac{\partial \overline{v^2}}{\partial t} = kf - \frac{\overline{v^2}}{k} \varepsilon + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r(v + v_t) \frac{\partial \overline{v^2}}{\partial r} \right] \quad (3.25)$$

$$f - L^2 \left( \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial r} \right) = (C_1 - 1) \left( \frac{2/3 - \overline{v^2}/k}{T} \right) + C_2 \frac{P}{k} \quad (3.26)$$

$$L = C_L \max \left[ L'; C_\eta \left( \frac{v^3}{\varepsilon} \right)^{1/4} \right]; \quad \text{onde} \quad L' = \min \left( \frac{k^{3/2}}{\varepsilon}; \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{k^{3/2}}{\overline{v^2} C_\mu \sqrt{P/v_t}} \right) \quad (3.27)$$

$$T = \min \left( T'; \frac{\alpha}{\sqrt{3}} \frac{k}{\overline{v^2} C_\mu \sqrt{P/v_t}} \right); \quad \text{onde} \quad T' = \max \left[ \frac{k}{\varepsilon}; 6 \left( \frac{v}{\varepsilon} \right)^{1/2} \right] \quad (3.28)$$

As constantes do modelo são,  $C_\mu = 0,22$ ,  $C_L = 0,25$ ,  $C_\eta = 85,0$ ,  $\alpha = 0,6$ ,  $C_1 = 1,4$ ,  $C_2 = 0,3$ ,  $C_{\varepsilon 2} = 1,9$ ,  $\sigma_\varepsilon = 1,3$ .

Por outro lado, o valor de  $C'_{\varepsilon 1}$  é obtido da seguinte expressão:

$$C'_{\varepsilon 1} = 1,4 \left[ 1 + 0,045 \left( k / \overline{v^2} \right)^{1/2} \right] \quad (3.29)$$

As equações e os valores das constantes aqui apresentadas se baseiam nos trabalhos de Manceau et al. (2000) e Behnia et al. (1999). Maiores detalhes sobre o modelo  $\overline{v^2}$ -f podem ser encontrados em Durbin (1991), Behnia e Parneix (1998), Reif et al. (1999) e Ooi et al. (2002).

### 3.3. O modelo computacional

O procedimento de solução do modelo proposto neste trabalho pode ser descrito sucintamente da seguinte forma: resolve-se a equação para a quantidade de movimento (Equação 3.3), com a tensão cisalhante de Reynolds sendo modelada através da hipótese de Boussinesq e a viscosidade turbulenta obtida através de um dos três modelos descritos na seção anterior. O gradiente de pressão é então corrigido para que a vazão de massa seja aquela imposta pela pulsação de vazão, conforme Equação 3.1.

#### 3.3.1. Discretização das equações

A discretização espacial das equações do movimento e da turbulência foi realizada através da metodologia dos volumes finitos. A metodologia consiste em integrar as equações diferenciais em volumes de controle elementares, obtendo-se então um sistema de equações algébricas, que representa a conservação em nível discreto, e que deve ser resolvido por um procedimento conveniente.

A única equação diferencial não discretizada via volumes finitos é a equação elíptica para a relaxação da turbulência, f, (Equação 3.26). Para esta equação se adotou a metodologia de diferenças finitas. O método das diferenças finitas é largamente documentado na literatura, e baseia-se na representação de derivadas em séries de Taylor. Maiores detalhes podem ser encontrados em Dalcídio e Martins (1994), Press et al. (1999), Patel (1994) e Hoffman (2001).

Os termos transientes nas equações de transporte foram discretizados através de uma técnica implícita. O sistema linear formado pelas equações algébricas resultantes foi resolvido através do algoritmo TDMA, que é um método de solução direto para sistemas lineares tridiagonais. Maiores detalhes quanto à metodologia de volumes finitos podem ser obtidos em Maliska (1995).

As equações de transporte discutidas anteriormente podem ser escritas na seguinte forma geral:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + S \quad (3.30)$$

As definições do termo fonte  $S$ , do termo difusivo  $\Gamma$ , e da propriedade transportada  $\Phi$  são apresentadas na tabela 3.1.

Tabela 3.1 - Termos das equações de transporte na forma generalizada.

Equação	$\Phi$	$\Gamma$	$S$
(3.6)	$U$	$(\nu + \nu_t)$	$-\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx}$
(3.8)	$k$	$\left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right)$	$P - \tilde{\varepsilon} - 2\nu \left( \frac{\partial k^{1/2}}{\partial y} \right)^2$
(3.9)	$\tilde{\varepsilon}$	$\left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right)$	$c_{\varepsilon 1} \frac{\tilde{\varepsilon}}{k} P - c_{\varepsilon 2} f_2 \frac{\tilde{\varepsilon}^2}{k} + 2\nu \nu_t \left( \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} \right)^2$
(3.16)	$k$	$\left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right)$	$P - c_k f_k \omega k$
(3.17)	$\omega$	$\left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\omega} \right)$	$c_{\omega 1} f_\omega \frac{\omega}{k} P - c_{\omega 2} \omega^2$
(3.23)	$k$	$(\nu + \nu_t)$	$P - \varepsilon$
(3.24)	$\varepsilon$	$\left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right)$	$\frac{C'_{\varepsilon 1} P - C_{\varepsilon 2} \varepsilon}{T}$
(3.25)	$\overline{v^2}$	$(\nu + \nu_t)$	$k f - \frac{\overline{v^2}}{k} \varepsilon$

A discretização pelo método dos volumes finitos da equação de transporte generalizada, Equação 3.30, resulta na seguinte equação algébrica:

$$a_P \Phi_P = a_S \Phi_S + a_N \Phi_N + B \quad (3.31)$$



A figura 3.1 indica a disposição típica dos volumes de controle no domínio de solução, onde o ponto **P** representa a localização da propriedade no centro do volume, o mesmo acontecendo com os pontos vizinhos norte (**N**) e sul (**S**). Os índices minúsculos **n** e **s** representam, respectivamente, as faces norte e sul do volume do ponto **P**.

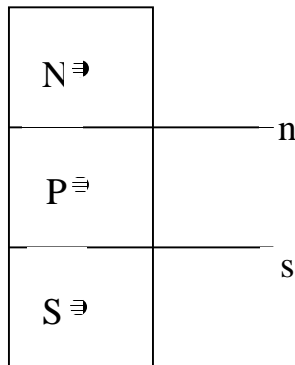


Figura 3.1 - Esquema do método de discretização por volumes finitos.

Todas as propriedades a serem resolvidas ( $k$ ,  $\tilde{\epsilon}$ ,  $\overline{v^2}$ ,  $v_t$ ,  $U$ ) são posicionadas no centro dos volumes de controle (posições **N**, **P** e **S** na Figura 3.1). As propriedades nas faces dos volumes de controle (faces **n** e **s**) são obtidas através de médias ponderadas na distância.

### 3.3.2. A malha computacional

Uma visão esquemática da malha computacional empregada neste trabalho é dada na figura 3.2.

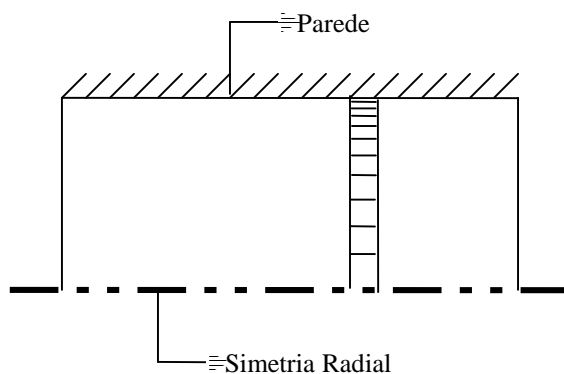


Figura 3.2 - A malha computacional.

Como a figura sugere, existe um refino da malha junto à superfície sólida pelo fato dos modelos de turbulência utilizados neste trabalho resolverem o escoamento até a região da

parede. Launder (1984) sugere que uma malha adequada deve ter entre 20 e 30 pontos na região onde os efeitos viscosos são importantes, ou seja, em uma região compreendida em  $0 < y^+ < 50$ . Para se ter uma idéia, a contribuição viscosa no transporte de quantidade de movimento cai de 100% na parede ( $y^+=0$ ) para 50% em  $y^+=12$  e é menor do que 10% em  $y^+ = 50$  (Pope, 2000). O parâmetro  $y^+$  é uma distância adimensional à parede, definida como

$$y^+ = \frac{u_\tau y}{\nu} \quad (3.32)$$

A velocidade de fricção  $u_\tau$  é

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (3.33)$$

onde  $y$  é a distância dimensional à parede,  $\tau_w$  é a tensão cisalhante na parede.

Foram utilizadas duas progressões geométricas para o desenvolvimento da malha computacional. Inicialmente, a tensão na parede da canalização foi avaliada através da seguinte correlação (Fox e McDonald, 1995):

$$\tau_w = 0,03325 \rho \bar{U}_m^2 \left( \frac{\nu}{R \bar{U}_m} \right)^{0,25} \quad (3.34)$$

onde  $\bar{U}_m$  é a velocidade média do escoamento e  $R$  é o raio da canalização. Uma vez que o escoamento considerado aqui é transiente, no cálculo da tensão na parede tomou-se o valor da velocidade média máxima resultante da oscilação do escoamento.

Com o valor da tensão obtido da expressão 3.34, foi possível calcular a velocidade de fricção  $u_\tau$  da equação 3.33. Arbitrou-se então o valor de  $y^+ = 0.5$  para a face superior do volume adjacente à parede, conforme ilustra a figura 3.3.

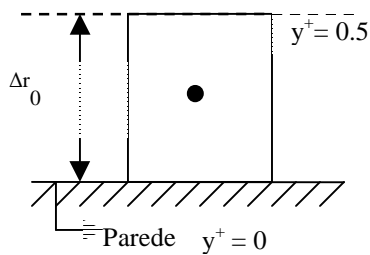


Figura 3.3 - Definição do tamanho do primeiro volume da malha computacional.

A partir do valor de  $y^+ = 0.5$ , determinou-se a distância à parede dimensional ( $y_{\min}$ ) da malha através da equação 3.32. A partir deste que é o menor volume, pôde-se então construir o restante da malha computacional através da seguinte progressão geométrica

$$N_1 = \frac{\log\left(\frac{y_{\text{med}}}{y_{\min}}(\zeta_1 - 1) + 1\right)}{\log(\zeta_1)} \quad (3.35)$$

onde  $y_{\text{med}}$  é a distância dimensional à parede calculada para  $y^+ = 100$ , e  $\zeta_1$  é a razão de aspecto dos volumes contidos no intervalo de  $y = y_{\min}$  até  $y = y_{\text{med}}$ . A razão de aspecto  $\zeta_1$  utilizada no presente trabalho foi de 1,02, ou seja, o tamanho do volume subsequente é 2% maior que o tamanho do volume anterior. O cálculo do tamanho dos volumes ( $\Delta r$ ) é definido como:

$$\Delta r_i = \Delta r_0 \zeta_1^i \quad (3.36)$$

O restante da malha (de  $y=y_{\text{med}}$  até o centro da canalização ( $y=R$ )), foi calculado de maneira análoga ao primeiro trecho, mas com uma razão de aspecto  $\zeta_2$  de 1,04.

Para se ter uma idéia da qualidade da malha, o número de volumes entre  $0 < y^+ < 50$  foi de 56, valor quase duas vezes maior que o proposto por Launder (1984). Desta forma garante-se que a região próxima à parede está com um refino bem satisfatório. Além disto, conforme dito anteriormente, a malha foi desenvolvida para a condição de número de Reynolds máximo do escoamento pulsante, sendo portanto satisfatória também para os demais valores do número de Reynolds.

Convém mencionar que, para utilização da metodologia exposta acima, há a necessidade de uma pequena correção nas razões de aspecto estipuladas, pois o número de volumes deve ser inteiro e o resultado da equação 3.35 é um valor real. Assim, arredonda-se o valor de  $N_1$  para um número inteiro ( $N_{\text{int}}$ ) e corrige-se o valor da razão de aspecto  $\zeta_1$  através da seguinte relação:

$$\zeta_1 = \left( \frac{y_{\text{med}}}{y_{\min}}(\zeta_1 - 1) + 1 \right)^{\frac{1}{N_{\text{int}}}} \quad (3.37)$$

A equação 3.37 é transcendental e foi resolvida de maneira iterativa. Esta correção também deve ser feita na razão de aspecto do segundo trecho da malha ( $y^+ > 100$ ).

### 3.3.3. Condições de contorno

Para a solução das equações governantes, há a necessidade da prescrição de condições de contorno. Uma dessas condições está associada à condição de simetria no centro da canalização, estabelecendo que ali não há variação das propriedades na direção normal ao eixo (posição radial  $r = 0$ ). Computacionalmente isto é implementado tornando o coeficiente  $a_s$  nulo na equação (3.31) para o volume adjacente à linha de centro. A segunda condição de contorno refere-se à presença da parede sólida. Esta condição de contorno é implementada pela prescrição de valores para as propriedades na parede ou no volume de controle adjacente à mesma. A tabela 3.2 traz as condições de contorno de todas as equações de transporte resolvidas no presente trabalho.

O termo “adjacente” na tabela 3.2 serve para indicar que a condição de contorno deve ser prescrita no centro do volume de controle adjacente à parede. Já o termo “parede” indica que a condição de contorno deve ser prescrita na parede da canalização.

Tanto para a velocidade  $U$  como para a energia cinética turbulenta  $k$ , a condição de não escorregamento e de impermeabilidade se aplica na parede, fazendo com que ali os seus valores sejam nulos.

A dissipação da turbulência ( $\tilde{\epsilon}$ ) utilizada no modelo de Launder e Sharma (1974) é uma dissipação modificada, permitindo que o seu valor seja prescrito como zero na parede. Conforme Pope (2000), embora as flutuações de velocidade tendam a zero à medida que se aproxima da parede, o mesmo não acontece para as flutuações da taxa de deformação  $e$ , conseqüentemente, com a dissipação  $\epsilon$ . Hanjalić e Launder (1976) mostram que o valor de  $\epsilon$  na parede é:

$$\epsilon|_{r \rightarrow R} = 2\nu \left( \frac{\partial k^{1/2}}{\partial y} \right)^2 \quad (3.38)$$

onde  $y$  é a distância à parede ( $=R-r$ ). Conforme pode ser observado, o valor indicado pela equação acima é exatamente igual ao valor subtraído por Launder e Sharma (1974) da dissipação  $\epsilon$ , de tal forma que o valor da dissipação modificada  $\tilde{\epsilon}$  seja igual a zero na parede.

O modelo  $\overline{v^2}$ -f de Durbin (1991) utiliza a equação para a dissipação da turbulência  $\epsilon$  na parede, e como observado no item anterior, seu valor não é nulo nesta região. Como o volume adjacente à parede é bastante próximo, pode-se aproximar a derivada da expressão (3.38) através de uma variação linear, obtendo-se o valor para  $\epsilon$  conforme a tabela 2.

A tensão normal de Reynolds  $\overline{v^2}$  representa o produto de flutuações de velocidade, sendo portanto nula na parede;

A equação elíptica (3.26) não é uma equação de transporte mas também precisa de duas condições de contorno. Na simetria, tem-se que a derivada de  $f$  em relação ao raio é nula (simetria), fornecendo o seguinte valor:

$$f|_{r \rightarrow 0} = (C_1 - 1) \left( \frac{2/3 - \overline{v^2}/k}{T} \right) + C_2 \frac{P}{k} \quad (3.39)$$

Tabela 3.2 - Condições de contorno para as equações diferenciais.

Equação	Simetria	Parede
(3.6)	$\left. \frac{\partial U}{\partial r} \right _{r \rightarrow 0} = 0$	$U _{\text{parede}} = 0$
(3.8)	$\left. \frac{\partial k}{\partial r} \right _{r \rightarrow 0} = 0$	$k _{\text{parede}} = 0$
(3.9)	$\left. \frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial r} \right _{r \rightarrow 0} = 0$	$\tilde{\varepsilon} _{\text{parede}} = 0$
(3.16)	$\left. \frac{\partial k}{\partial r} \right _{r \rightarrow 0} = 0$	$k _{\text{parede}} = 0$
(3.17)	$\left. \frac{\partial \omega}{\partial r} \right _{r \rightarrow 0} = 0$	$\omega _{\text{adjacente}} = \frac{6\nu}{c_{\omega 2} y^2}$
(3.23)	$\left. \frac{\partial k}{\partial r} \right _{r \rightarrow 0} = 0$	$k _{\text{parede}} = 0$
(3.24)	$\left. \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \right _{r \rightarrow 0} = 0$	$\varepsilon _{\text{adjacente}} = \frac{2\nu k}{y^2}$
(3.25)	$\left. \frac{\partial \overline{v^2}}{\partial r} \right _{r \rightarrow 0} = 0$	$\overline{v^2} _{\text{parede}} = 0$
(3.26)	$\left. \frac{\partial f}{\partial r} \right _{r \rightarrow 0} = 0$	$f _{\text{parede}} = \frac{-20\nu^2 \overline{v^2}}{\varepsilon y^4}$

### 3.3.4. A correção do gradiente de pressão

Em escoamentos plenamente desenvolvidos não há gradiente de pressão na direção transversal ao escoamento (naturalmente, desprezando forças de corpo). Já na direção axial este gradiente surge em resposta à força do atrito viscoso. Em um escoamento plenamente desenvolvido estacionário há um equilíbrio entre as forças de pressão e atrito, não havendo aceleração.

Em problemas onde a pulsação em um escoamento plenamente desenvolvido é fornecida por uma oscilação induzida no gradiente de pressão, a solução da equação de Navier – Stokes é bastante simples, já que o campo de velocidades e, por conseguinte, o fluxo de massa é obtido de maneira a satisfazer o gradiente de pressão imposto.

Já em situações onde a pulsação do escoamento é fornecida por uma oscilação induzida no fluxo de massa, que é o caso abordado pelo presente trabalho, a solução do problema não é tão direta. Há a necessidade de um processo iterativo de cálculo do campo de velocidades e do gradiente de pressão de forma a encontrar uma solução que satisfaça o fluxo de massa imposto.

No presente trabalho desenvolveu-se um procedimento numérico para a correção do gradiente de pressão, representado sequencialmente pelas Equações 3.40 a 3.44.

$$Q_n = \sum_{i=1}^N U_i r_i \Delta r_i \quad (3.40)$$

$$V_n = \frac{Q_n}{R^2/2} \quad (3.41)$$

$$V_L = U_m - V_n \quad (3.42)$$

$$\left( \frac{dp}{dx} \right)_{\text{correcao}} = \frac{a_{p_i} V_L}{r_i \Delta r_i} \quad (3.43)$$

$$\left( \frac{dp}{dx} \right) = \left( \frac{dp}{dx} \right) + \alpha \left( \frac{dp}{dx} \right)_{\text{correcao}} \quad (3.44)$$

onde  $Q_n$ ,  $V_n$ ,  $V_L$  são, respectivamente, a vazão obtida numericamente para uma área transversal de um setor angular de 1 radiano, a velocidade média para esta vazão e a diferença entre a velocidade média imposta e a velocidade média calculada. O índice subscrito  $i$  determina um volume de controle de referência a ser utilizado no cálculo e o coeficiente  $\alpha$  serve para sub-relaxar a correção de pressão a fim de diminuir possíveis instabilidades.

Como indicado, as equações da quantidade de movimento são resolvidas para os  $N$  volumes de controle, usando uma estimativa inicial para o gradiente de pressão  $dp/dx$ . O campo de velocidade é usado então para determinar a vazão  $Q_n$  e a partir desta pode-se estimar a correção necessária  $(dp/dx)_{\text{correção}}$  para satisfazer a vazão sendo imposta pela oscilação do escoamento. Isto é realizado em cada passo de tempo ao longo do ciclo de pulsação do escoamento.

### 3.4. Resultados e Discussões

#### 3.4.1. Análise da sensibilidade dos resultados em relação à malha computacional

A sensibilidade de resultados do perfil universal de velocidade e da tensão cisalhante de Reynolds foi testada para três diferentes graus de refino:

- Malha 1 - 138 volumes ( $y^+$  do final do primeiro volume em 0,5);
- Malha 2 - 108 volumes ( $y^+$  do final do primeiro volume em 1,0);
- Malha 3 - 214 volumes ( $y^+$  do final do primeiro volume em 0,1).

O escoamento é considerado estacionário com  $Re = 20\,000$  e o modelo  $k-\epsilon$  é empregado para a quantificação do transporte turbulento.

As figuras 3.4 e 3.5 apresentam resultados para os perfis de velocidade e da tensão cisalhante de Reynolds, respectivamente, na região da parede. Percebe-se uma pequena diferença nos resultados de velocidade para cada refino de malha, principalmente na região mais afastada da parede, conforme mostrado na figura 3.4. Para o perfil da tensão cisalhante de Reynolds (figura 3.5), os resultados obtidos pela Malha 1 (referência) ficaram muito próximos daqueles da Malha 3 (mais refinada), e ambos muito próximos dos resultados da Malha 2 (menos refinada). Desta forma, optou-se por utilizar nas simulações a Malha 1 por representar um melhor compromisso entre precisão e custo computacional. Uma outra razão para esta escolha reside no fato de que grande parte das variáveis de análise do presente trabalho (fator de atrito, tensão na parede, etc.) são avaliadas na região adjacente à parede e, nesta região, as três malhas retornam virtualmente os mesmos resultados.

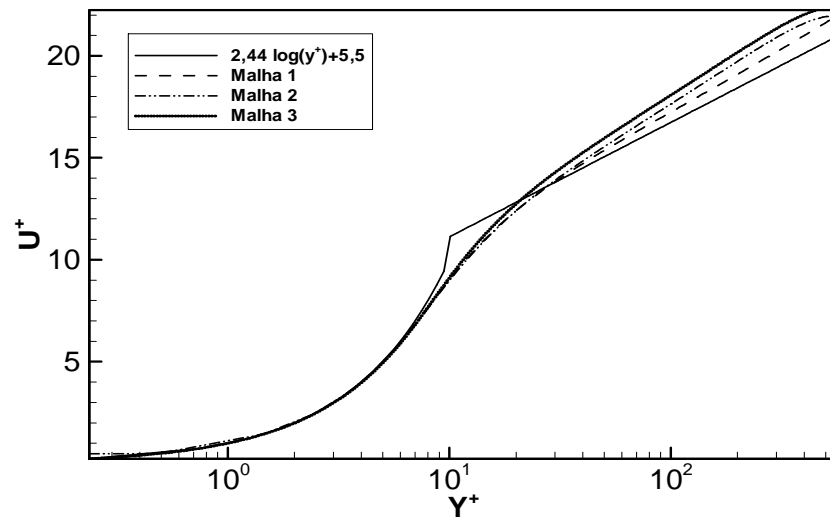


Figura 3.4 – Influência do refino de malha sobre o perfil de velocidade ( $Re = 20\,000$ ).

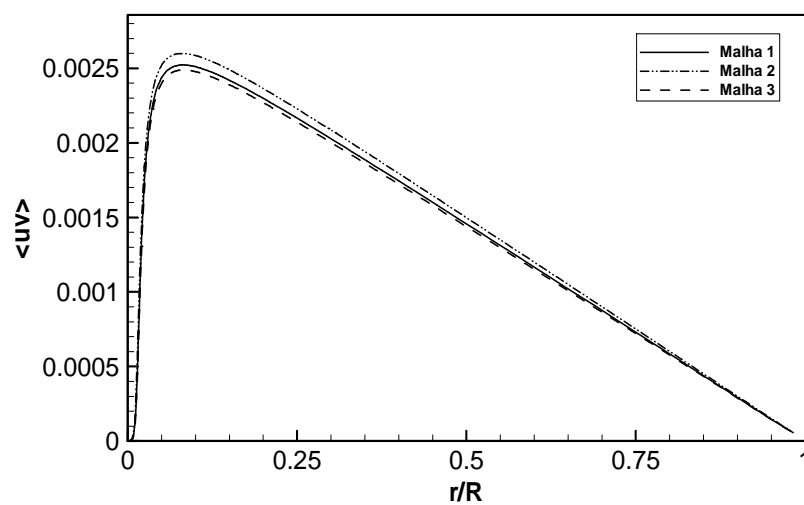


Figura 3.5 - Influência do refino de malha sobre o perfil da tensão cisalhante de Reynolds ( $Re = 20\,000$ ).



### 3.4.2. *Análise comparativa de modelos de turbulência para escoamento estacionário*

Nesta seção é apresentada uma análise comparativa dos modelos k- $\epsilon$ , k- $\omega$  e  $\overline{v^2}$ -f na previsão de escoamentos estacionários. Além do escoamento turbulento, considera-se também o regime laminar uma vez que o mesmo pode acontecer sob condições de transiente. A análise é realizada com base em resultados para a tensão cisalhante de Reynolds e o perfil universal de velocidade. Valores numéricos para o fator de atrito são comparados com relações clássicas a fim de complementar a análise.

A situação de escoamento com  $Re = 1500$  teve por objetivo avaliar a capacidade dos modelos de turbulência na previsão de um escoamento em regime laminar. De fato, como em muitas situações de transientes pulsantes, o escoamento pode passar de laminar a turbulento e vice-versa, é importante que se tenha um indicativo de como esses modelos se comportam em ambos os regimes. Uma malha computacional com 121 volumes foi adotada para a simulação. Pode-se perceber pelo resultado do perfil de velocidades (Figura 3.6) que o modelo k- $\epsilon$  é capaz de prever um padrão laminar para o escoamento, uma vez que obtém níveis de viscosidade turbulenta muito próximos de zero. O mesmo não acontece com os outros dois modelos e os perfis de velocidade são característicos de um escoamento turbulento, embora o modelo  $\overline{v^2}$ -f mostre um desempenho melhor.

Uma outra situação de escoamento, com  $Re = 2870$ , foi simulada com o propósito de avaliar os modelos na condição de transição. A figura 3.7 indica uma concordância muito boa entre as previsões do modelo  $\overline{v^2}$ -f e os dados experimentais de Ramaprian e Tu (1980) para perfis de velocidade. O resultado obtido com o modelo k- $\epsilon$  também é satisfatório mas a qualidade do resultado degenera bastante para o modelo k- $\omega$ .

No presente trabalho serão considerados escoamentos números de Reynolds bem mais elevados. Desta forma, simulações para  $Re = 20\,000$  e  $120\,000$  foram realizadas em malhas com 138 e 180 volumes, respectivamente, e os resultados são apresentados nas figuras 3.8 a 3.11. A razão da necessidade de uma maior discretização à medida que o número de Reynolds é aumentado, deve-se à presença de gradientes de velocidade junto à parede cada vez mais elevados. Conforme indicam os resultados das figuras 3.8 e 3.9, para  $Re = 20\,000$ , e figuras 3.10 e 3.11, para  $Re = 120\,000$ , os desempenhos dos três modelos são bem similares. Isto não é uma surpresa pois esses modelos foram calibrados para escoamentos com números de Reynolds elevados.

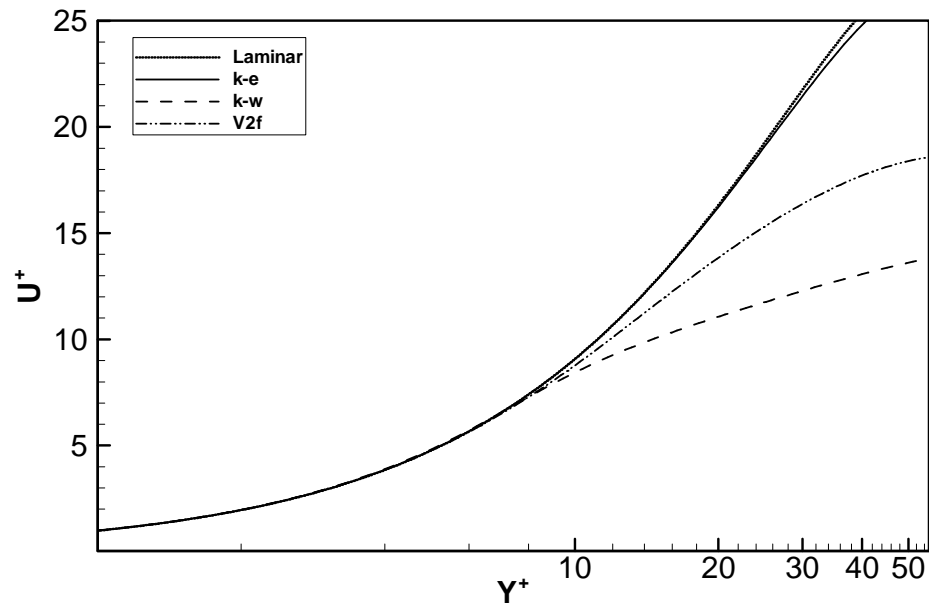


Figura 3.6 - Perfil de velocidade para  $Re = 1500$ .

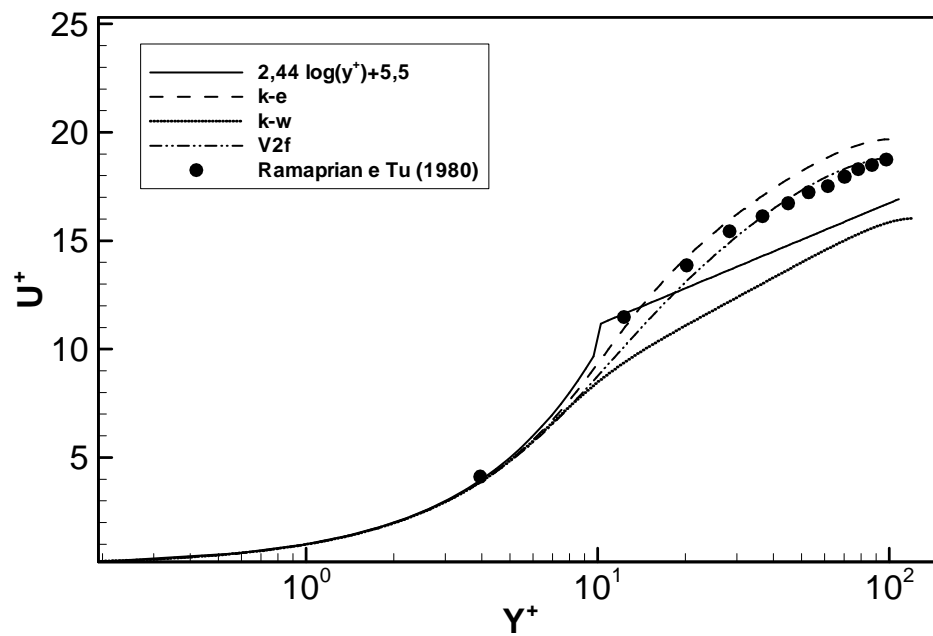


Figura 3.7 - Perfil de velocidade para  $Re = 2870$ .

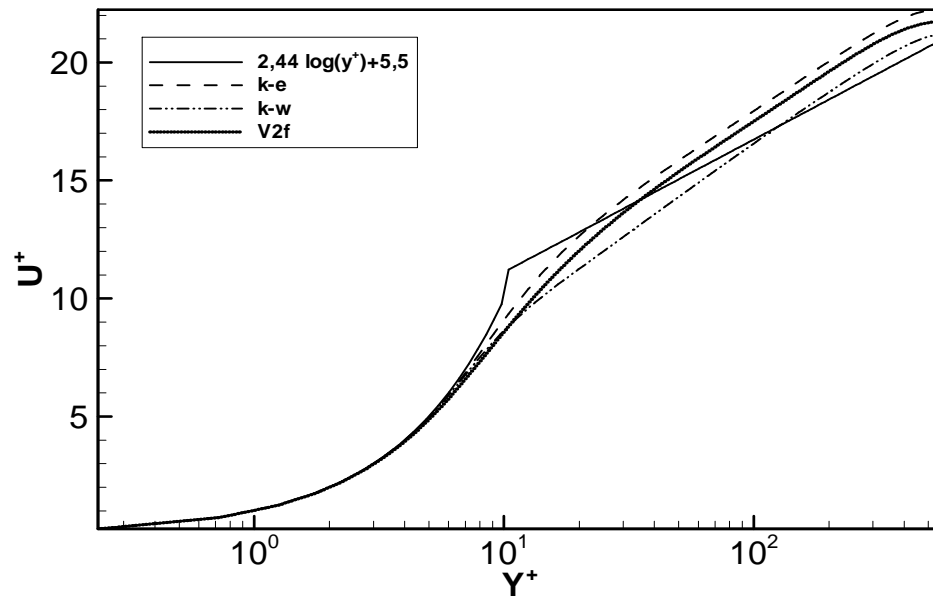


Figura 3.8 - Perfil logarítmico de velocidade para  $Re = 20000$ .

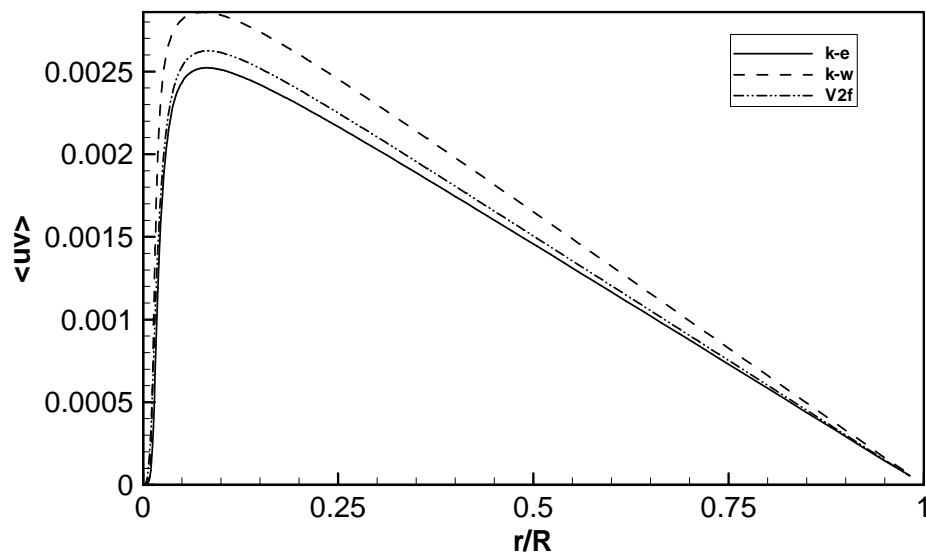
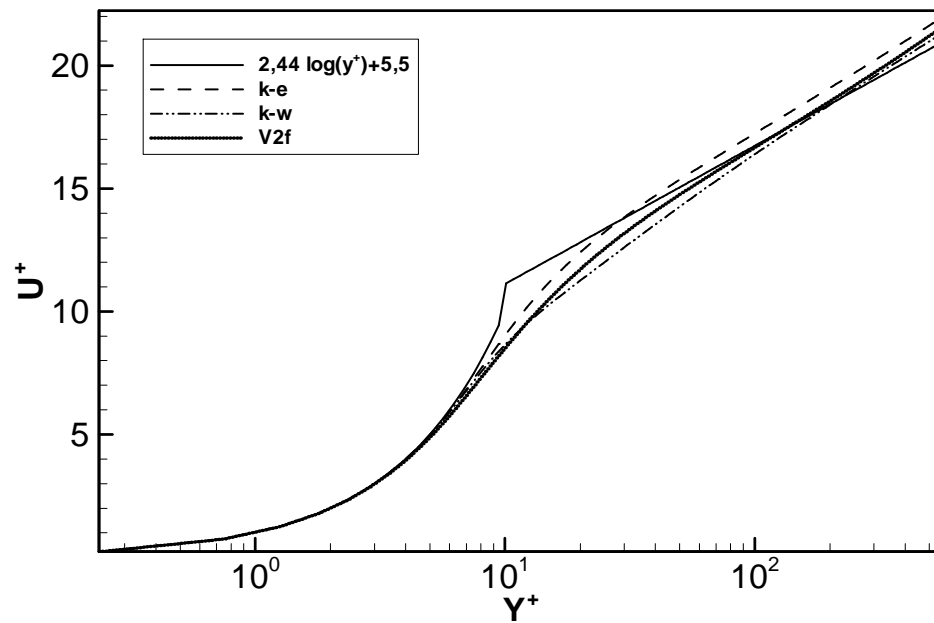
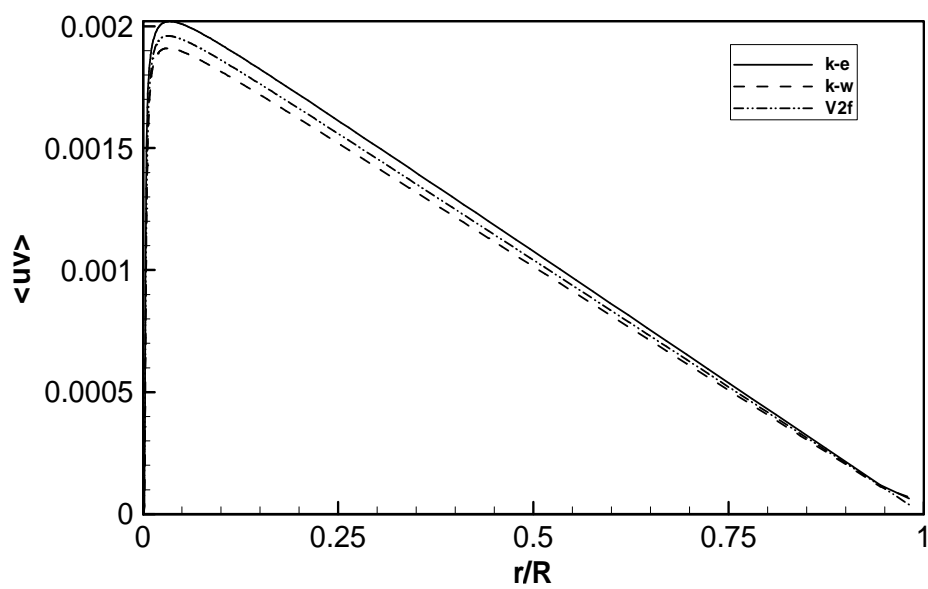


Figura 3.9 - Perfil da tensão cisalhante de Reynolds para  $Re = 20000$ .

Figura 3.10 - Perfil logarítmico de velocidade para  $Re = 120000$ .Figura 3.11 - Perfil da tensão cisalhante de Reynolds para  $Re = 120000$ .

Um outro parâmetro adotado na comparação do desempenho dos três modelos foi o fator de atrito de Darcy, definido como:

$$f = 4 \frac{\tau_w}{\rho \bar{V}^2 / 2} \quad (3.45)$$

onde  $\tau_w$  é a tensão na parede e  $\bar{V}$  é a velocidade média do escoamento. Este é um outro resultado importante para a comparação dos diversos modelos de turbulência.

Para escoamento laminar, o fator de atrito é dado por

$$f = \frac{64}{Re} \quad (3.46)$$

enquanto que para o escoamento turbulento, pode-se adotar a correlação de Colebrook:

$$\frac{1}{f^{1/2}} = -2,0 \log \left( \frac{e/D}{3,7} + \frac{2,51}{Re f^{0,5}} \right) \quad (3.47)$$

onde  $e/D$  representa a rugosidade relativa da canalização. No presente trabalho considera-se a situação de tubo liso ( $e/D = 0$ ).

Resultados para o fator de atrito, obtidos com os três modelos, são apresentados na Tabela 3.3, para as quatro condições de escoamento consideradas ( $Re = 1500, 2870, 20000$  e  $120000$ ) e comparados com as previsões das equações 3.46 e 3.47. Como pode ser observado, o desempenho do modelo  $k-\omega$  melhora à medida que o número de Reynolds aumenta mas é insatisfatório na condição de escoamentos laminar e em transição. Este comportamento pode ser também inferido dos perfis de velocidade apresentados anteriormente. Por outro lado, a tabela demonstra a maior precisão do modelo  $\bar{v}^2-f$  em comparação aos demais modelos. Deve-se fazer a ressalva de que a equação 3.47 foi desenvolvida para escoamentos plenamente turbulentos, sendo o seu uso para escoamentos em transição, como o realizado na Tabela 3.3, bem questionável. O modelo  $k-\epsilon$  apresentou um desempenho intermediário aos outros dois modelos.

Nas simulações estacionárias feitas, com exceção do caso laminar, o modelo  $k-\omega$  foi o que apresentou maior estabilidade numérica e maior facilidade de convergência. Uma razão provável para tal característica é o fato do modelo  $k-\omega$  fornecer valores de viscosidade turbulenta mais elevados do que os demais modelos. De fato, se for observado os resultados para a tensão cisalhante de Reynolds e para o perfil logarítmico de velocidade, se constatará que o modelo  $k-\omega$  prevê sempre maiores níveis turbulência que os outros modelos. Como a

viscosidade turbulenta atua diretamente no termo difusivo da equação de transporte da quantidade de movimento, justifica-se assim a maior estabilidade. Em oposição, o modelo  $\overline{v^2}$ -f foi o que apresentou as maiores dificuldades de convergência. Provavelmente tal dificuldade está associada ao maior número de equações de transporte a serem resolvidas, bem como a solução de uma equação elíptica (Equação 3.30) sem a utilização de um coeficiente de sub relaxação.

Tabela 3.3 – Fator de atrito para escoamento estacionário.

Re = 1 500		
	$f(\times 10^3)$	Erro (%)
$f = 64/Re$	42,67	-----
Modelo k- $\epsilon$	43,32	1,5%
Modelo k- $\omega$	78,85	84,80%
Modelo $\overline{v^2}$ -f	56,80	33,1%
Re = 2 870		
	$f(\times 10^3)$	Erro (%)
Equação 3.47	44,12	-----
Modelo k- $\epsilon$	40,03	9,2%
Modelo k- $\omega$	57,13	29,5%
Modelo $\overline{v^2}$ -f	43,34	1,77%
Re = 20 000		
	$f(\times 10^3)$	Erro (%)
Equação 3.47	25,88	-----
Modelo k- $\epsilon$	23,81	8,00%
Modelo k- $\omega$	26,95	4,13%
Modelo $\overline{v^2}$ -f	24,82	4,10%
Re = 120 000		
	$f(\times 10^3)$	Erro (%)
Equação 3.47	17,32	-----
Modelo k- $\epsilon$	16,32	5,8
Modelo k- $\omega$	17,31	0,58
Modelo $\overline{v^2}$ -f	16,73	3,4

### 3.4.3. Escoamento pulsante

Segundo Cotton e Ismael (1996), o comportamento de escoamentos incompressíveis pulsantes submetidos a uma pulsação harmônica de vazão dependem das seguintes grandezas dimensionais: massa específica do fluido  $\rho$ , viscosidade cinemática  $\nu$ , diâmetro da canalização  $D$ , velocidade média no ciclo  $\overline{U}_m$ , amplitude de pulsação da velocidade média  $\gamma \overline{U}_m$ , e a velocidade angular ( $\omega$ ).

Ao efetuar-se uma análise dimensional, três grupos adimensionais independentes são encontrados:

$$\text{Número de Reynolds:} \quad \overline{\text{Re}} = \frac{\overline{U}_m D}{\nu} \quad (3.48)$$

$$\text{Número de Strouhal:} \quad \text{Str} = \frac{\omega D}{\overline{U}_m} \quad (3.49)$$

$$\text{Amplitude relativa:} \quad \gamma$$

Dos parâmetros adimensionais acima, o número de Reynolds do escoamento médio ( $\overline{\text{Re}}$ ) não necessita de maiores explicações. A amplitude relativa da oscilação da velocidade  $\gamma$  já foi definida na equação 3.1. O novo parâmetro adimensional que surge é o número de Strouhal (Str), o qual está associado à frequência de pulsação.

Trabalho experimentais na área de escoamentos pulsantes (Mao e Hanratty, 1986; Finnicum e Hanratty, 1988) mostram que a amplitude e a fase da tensão na parede em escoamentos pulsantes são bem correlacionados com o parâmetro de frequência adimensional  $\omega^+$ , definido como:

$$\omega^+ = \frac{\omega \nu}{u_\tau} \quad (3.50)$$

onde  $u_\tau$  é a velocidade de fricção, já definida na equação 3.33.

Ramaprian e Tu (1983b) apresentaram uma classificação dos escoamentos pulsantes, dividindo-os em cinco regimes de transientes de acordo com o número de Strouhal equivalente ( $\text{Str}' = \frac{\omega D}{u_\tau}$ ):

- Regime quase estático ( $\text{Str}' \leq 0,1$ ): este é um regime de pulsação muito lento e o escoamento se comporta em cada nível de vazão como se estivesse em regime estacionário. Consequentemente não há defasagem de fase entre gradiente de pressão, tensão na parede e

velocidade. Modelos de turbulência para regime estacionário são capazes de descrever o escoamento a cada instante. Este transiente pode ser visto como uma sucessão de casos estacionários.

- Regime de frequência baixa ( $0,1 < Str' \leq 1,0$ ): o escoamento começa a se afastar do comportamento quase estático, e este afastamento torna-se maior à medida que se aumenta o número de Strouhal ( $Str'$ ). Os efeitos de pulsação afetam praticamente toda a camada cisalhante. A estrutura da turbulência, entretanto, não é tão afetada, uma vez que as frequências de oscilação do escoamento ainda são bem menores do que as frequências das estruturas turbulentas das menores escalas que ocorrem na região próxima à parede. Por não haver modificações na estrutura da turbulência, modelos desenvolvidos para regime estacionário ainda podem ser utilizados para descrever o escoamento. Entretanto, neste regime o transiente não pode ser visto como uma sucessão de regimes estacionários, e os termos de inércia nas equações de transporte devem ser levados em consideração nos modelos.

- Regime de frequência intermediária ( $1,0 \leq Str' \leq 10$ ): Neste regime já existe uma interação entre as estruturas da turbulência e o transiente do escoamento, sendo cada vez maior quanto maior for o  $Str'$ . Os efeitos desta interação espalham-se por uma grande parte da camada cisalhante próxima à parede. Tanto a estrutura do escoamento (velocidade, tensão, etc.) como a estrutura da turbulência se desviam do comportamento estacionário. Modelos de turbulência desenvolvidos para regimes estacionários, mesmo considerando os termos de inércia, começam a falhar em algumas partes do ciclo de pulsação, tão mais drasticamente quanto maior for a frequência. As médias no ciclo, entretanto, ainda apresentam boa concordância com os valores obtidos nas situações quase estáticas.

- Regime de frequência elevada ( $10 < Str' < 100$ ): Neste regime a oscilação imposta ao escoamento interage fortemente com o fenômeno de “bursting” próximo à parede. As modificações na estrutura da turbulência são, portanto, fortes. As propriedades do escoamento também são afetadas, mas como nestas frequências há um afinamento da camada cisalhante, sendo confinada na proximidade da parede, a região fora da camada cisalhante oscila sem sentir mudanças estruturais, com um comportamento equivalente a uma massa sólida. As estruturas turbulentas exibem um grande afastamento das condições de equilíbrio. A intensidade da turbulência fica praticamente congelada na região externa à camada cisalhante. Modelos de turbulência quase estáticos falham completamente na previsão do escoamento nesta região cisalhante mas fornecem resultados satisfatórios na região externa, já que ali a tensão de Reynolds é praticamente desprezível quando comparada com o gradiente de pressão. As estruturas da turbulência, entretanto, não conseguem mais ser previstas, e a análise numérica destas estruturas via modelos quase estáticos fica comprometida.



- Regime de oscilação rápida ( $Str' \approx 100$ ): Este regime pode ser visto como um caso mais extremo do regime anterior, onde a turbulência é confinada ainda mais proximamente da parede. Existe muita pouca informação a respeito das estruturas turbulentas neste regime.

Para uma avaliação das previsões dos modelos, foram utilizados dados experimentais de Ramaprian e Tu (1983a), obtidos para escoamento de água em uma canalização de diâmetro  $D = 50$  mm e número de Reynolds médio  $Re = 49400$ . Duas condições de transientes foram investigadas pelos autores: i)  $f = 0,5$  Hz e  $\gamma = 0,64$ ; ii)  $f = 3,6$  Hz e  $\gamma = 0,15$ .

Para efeito de comparação, foram escolhidas oito posições angulares no ciclo: 4 durante a desaceleração do escoamento ( $\theta \approx 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$ ) e 4 posições na aceleração ( $\theta \approx 180^\circ, 225^\circ, 270^\circ, 315^\circ$ ), conforme ilustra a figura 3.12.

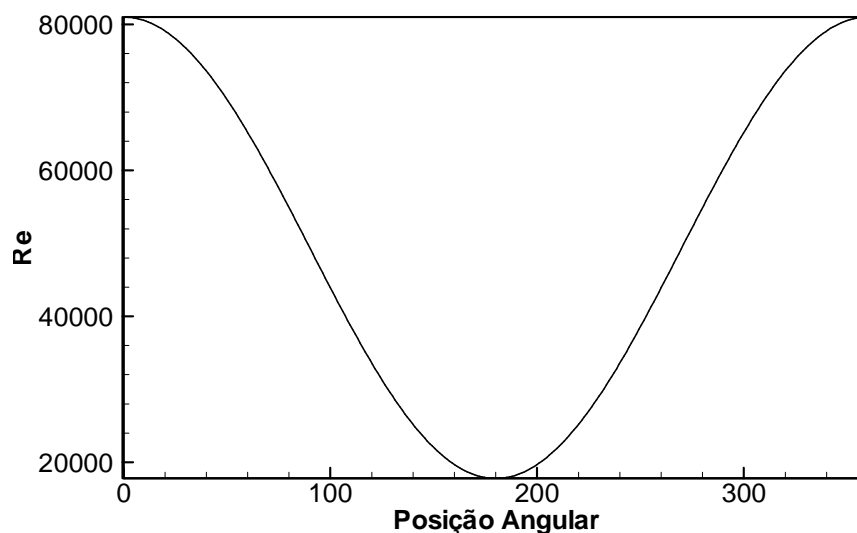


Figura 3.12 – Variação do número de Reynolds nos experimentos de Tu e Ramaprian (1983a).

Os resultados encontrados mostram que o modelo  $\overline{v^2}$ -f consegue prever com maior precisão o perfil de velocidade de um escoamento pulsante nas condições testadas. Já o modelo  $k-\omega$  foi o que obteve as piores comparações. De certo modo este resultado é bastante interessante, uma vez que no cálculo de escoamentos estacionários os três modelos, com exceção da região de transição, obtiveram um desempenho semelhante.

Uma explicação possível para tal comportamento é o fato de o modelo  $k-\omega$  ser um modelo mais difusivo. Avaliando a frequência adimensional  $\omega^+$  para o resultado anterior ( $\omega^+ \approx 6,2e-5$ ), percebemos que, segundo a classificação dos escoamentos pulsantes definida por Ramaprian e Tu (1983b), a turbulência assume importante papel no fenômeno físico, sendo que limitações dos modelos de turbulência podem ser significantes na predição do

comportamento do escoamento. Pelo fato de o modelo  $k-\omega$  tender a superestimar os níveis de turbulência, pode ser que as modificações transientes, que afetam os termos de inércia das equações de transporte, fiquem, para este caso onde o transiente é deveras lento, sobrepujadas pelo termo difusivo, tornando o modelo insensível às variações transientes do escoamento. Percebe-se pela figura 3.14 e 3.17 que os resultados de perfil logarítmico de velocidade previstos pelo modelo  $k-\omega$ , praticamente não sofreram a influência do transiente, enquanto os demais modelos tiveram uma maior sensibilidade.

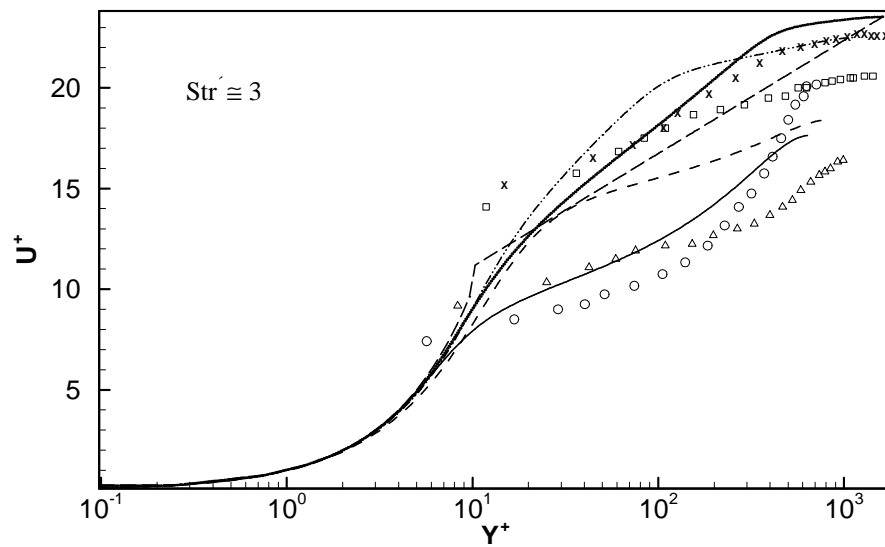


Figura 3.13 - Resultados numéricos (modelo  $k-\epsilon$ ) e dados experimentais (Tu e Ramaprian, 1983) para perfis de velocidade:  $fr = 0,5$  Hz e  $\gamma = 0,64$ ; Período de aceleração.

log — — — ;  $\circ$ , ———,  $\theta=180^\circ$ ;  $\Delta$ , ———,  $\theta=225^\circ$ ; — — —,  $\theta=270^\circ$ ;  $\times$ , ..... ,  $\theta=315^\circ$ .

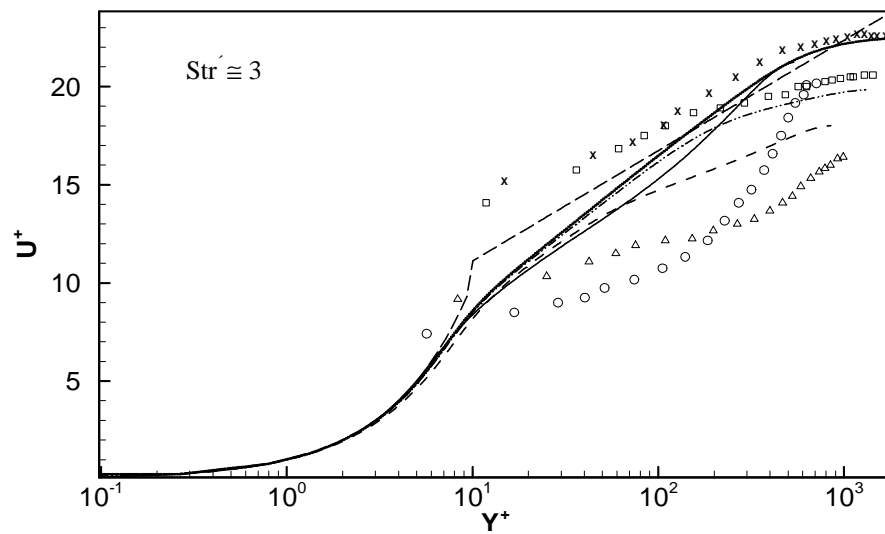


Figura 3.14 - Resultados numéricos (modelo  $k-\omega$ ) e dados experimentais (Tu e Ramaprian, 1983) para perfis de velocidade:  $fr = 0,5$  Hz e  $\gamma = 0,64$ ; Período de aceleração.

log — — — ;  $\circ$ , ———,  $\theta=180^\circ$ ;  $\Delta$ , ———,  $\theta=225^\circ$ ; — — —,  $\theta=270^\circ$ ;  $\times$ , ..... ,  $\theta=315^\circ$ .

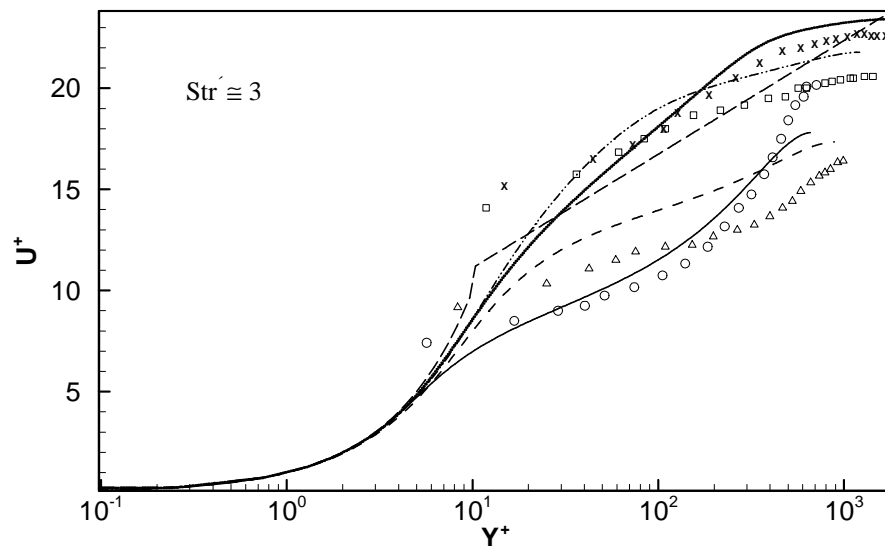


Figura 3.15 - Resultados numéricos (modelo  $\overline{v^2}$ -f ) e dados experimentais (Tu e Ramaprian, 1983) para perfis de velocidade:  $fr = 0,5$  Hz e  $\gamma = 0,64$ ; Período de aceleração.

log — — — ; O, ———,  $\theta=180^\circ$ ;  $\Delta$ , ———,  $\theta=225^\circ$ ; ———,  $\theta=270^\circ$ ; x, .....,  $\theta=315^\circ$ .

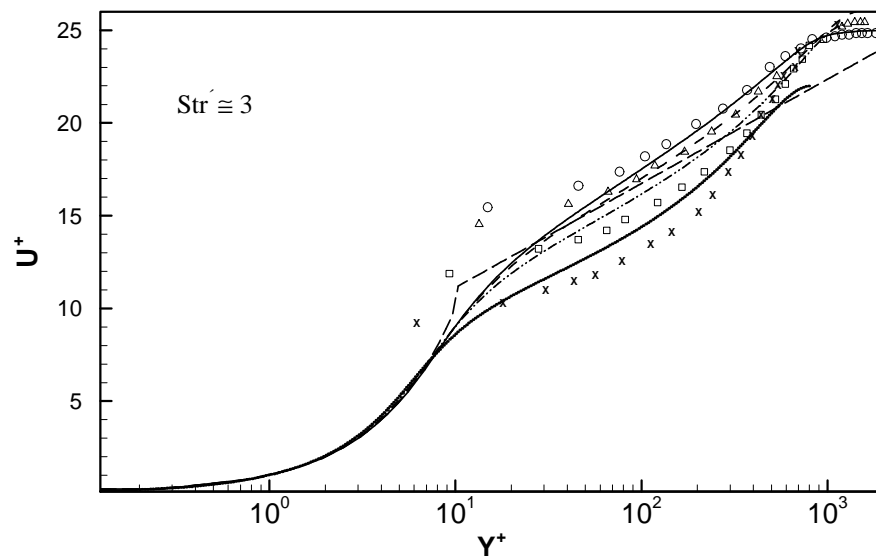


Figura 3.16 - Resultados numéricos (modelo  $k$ - $\epsilon$ ) e dados experimentais (Tu e Ramaprian, 1983) para perfis de velocidade:  $fr = 0,5$  Hz e  $\gamma = 0,64$ ; Período de desaceleração.

log — — — ; O, ———,  $\theta=0^\circ$ ;  $\Delta$ , ———,  $\theta=45^\circ$ ; ———,  $\theta=90^\circ$ ; x, .....,  $\theta=135^\circ$ .

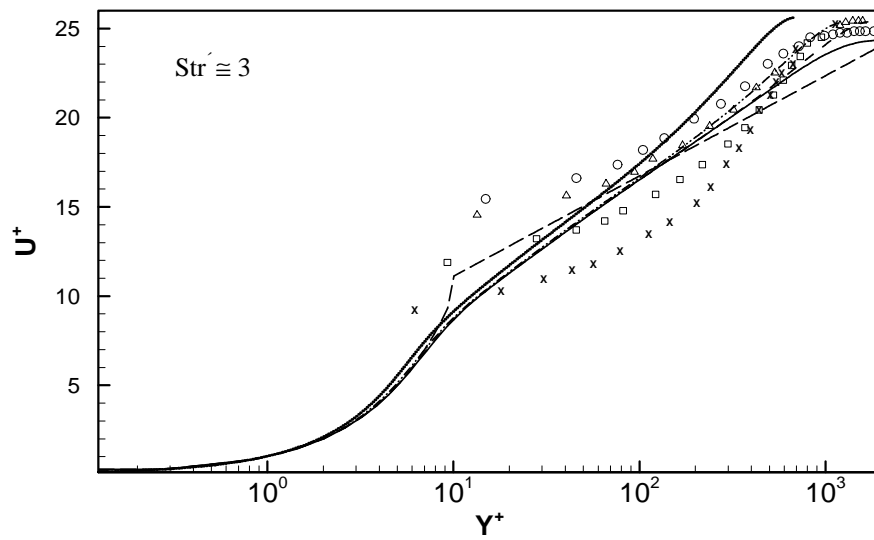


Figura 3.17 - Resultados numéricos (modelo  $k-\omega$ ) e dados experimentais (Tu e Ramaprian, 1983) para perfis de velocidade:  $fr = 0,5$  Hz e  $\gamma = 0,64$ ; Período de desaceleração.

log — — — ;  $\bigcirc$ , ———,  $\theta=0^\circ$ ;  $\Delta$ , ———,  $\theta=45^\circ$ ; — · — · —,  $\theta=90^\circ$ ;  $\times$ , ·····,  $\theta=135^\circ$ .

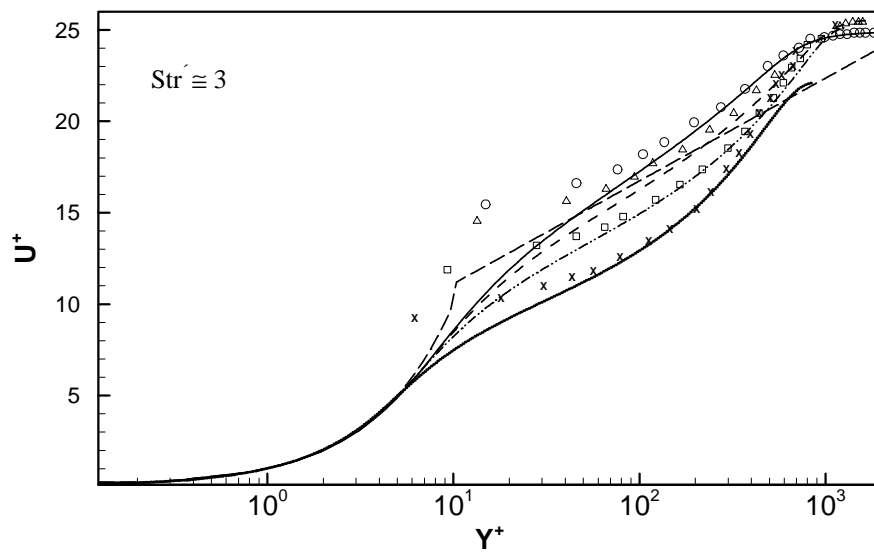


Figura 3.18 - Resultados numéricos (modelo  $\overline{v^2}-f$ ) e dados experimentais (Tu e Ramaprian, 1983) para perfis de velocidade:  $fr = 0,5$  Hz e  $\gamma = 0,64$ ; Período de desaceleração.

log — — — ;  $\bigcirc$ , ———,  $\theta=0^\circ$ ;  $\Delta$ , ———,  $\theta=45^\circ$ ; — · — · —,  $\theta=90^\circ$ ;  $\times$ , ·····,  $\theta=135^\circ$ .

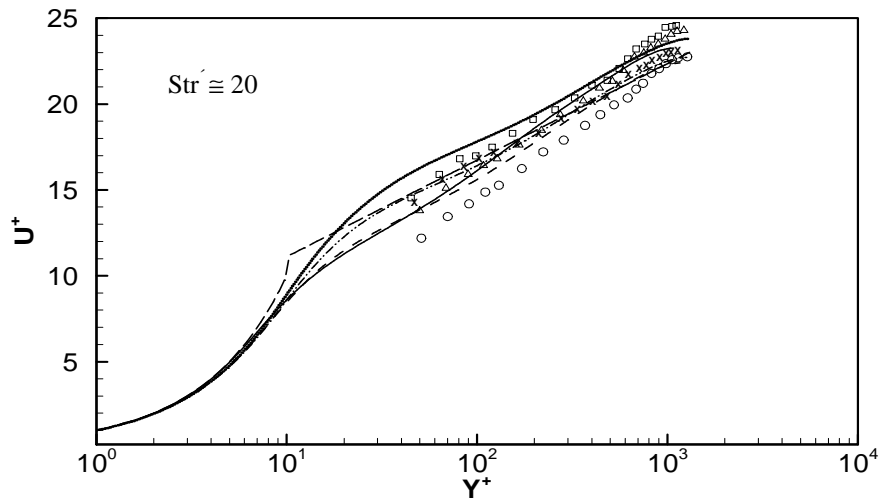


Figura 3.19 – Resultados numéricos (modelo  $k-\epsilon$ ) e dados experimentais (Tu e Ramaprian, 1983) para perfis de velocidade:  $fr = 3,6$  Hz e  $\gamma = 0,15$ ; Período de aceleração.

log — — — ; O, ———,  $\theta=180^\circ$ ;  $\Delta$ , ———,  $\theta=225^\circ$ ; ———,  $\theta=270^\circ$ ; x, .....,  $\theta=315^\circ$ .

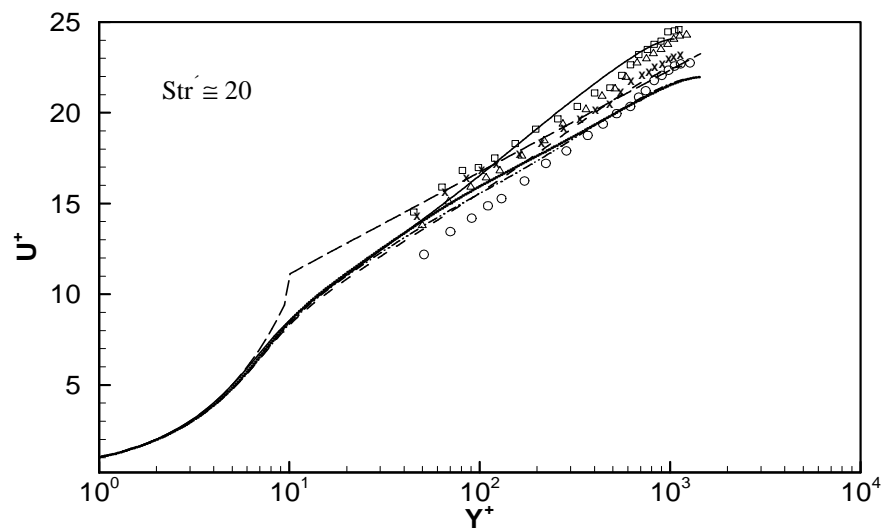


Figura 3.20 - Resultados numéricos (modelo  $k-\omega$ ) e dados experimentais (Tu e Ramaprian, 1983) para perfis de velocidade:  $fr = 3,6$  Hz e  $\gamma = 0,15$ ; Período de aceleração.

log — — — ; O, ———,  $\theta=180^\circ$ ;  $\Delta$ , ———,  $\theta=225^\circ$ ; ———,  $\theta=270^\circ$ ; x, .....,  $\theta=315^\circ$ .

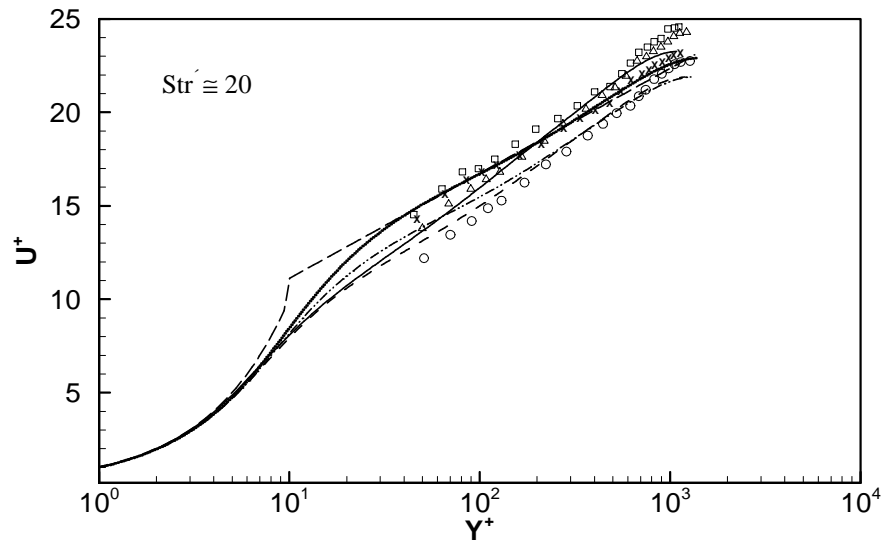


Figura 3.21 - Resultados numéricos (modelo  $\overline{v^2}$ -f) e dados experimentais (Tu e Ramaprian, 1983) para perfis de velocidade:  $fr = 3,6$  Hz e  $\gamma = 0,15$ ; Período de aceleração  
log — — — ;  $\bigcirc$ , ———,  $\theta=180^\circ$ ;  $\Delta$ , ———,  $\theta=225^\circ$ ; ———,  $\theta=270^\circ$ ;  $\times$ , .....,  $\theta=315^\circ$ .

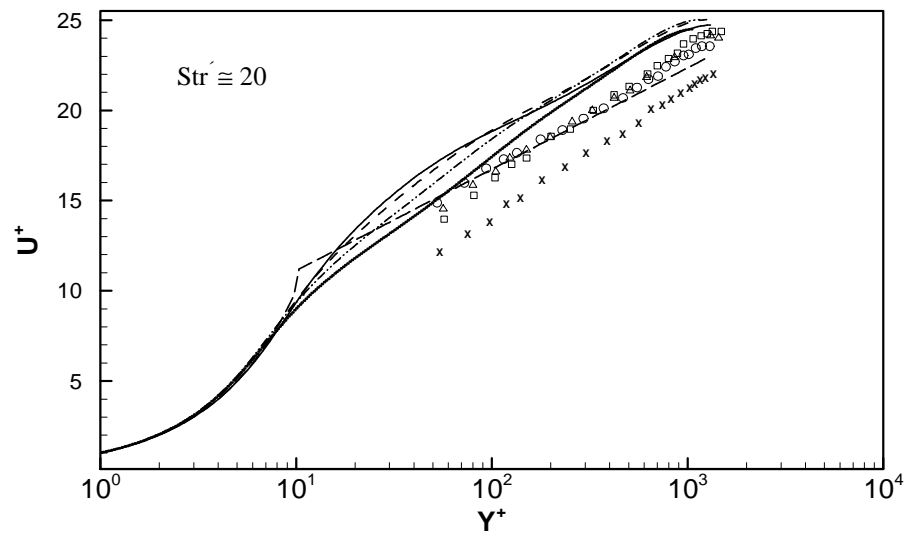


Figura 3.22 - Resultados numéricos (modelo  $k-\epsilon$ ) e dados experimentais (Tu e Ramaprian, 1983) para perfis de velocidade:  $fr = 3,6$  Hz e  $\gamma = 0,15$ ; Período de desaceleração.  
log — — — ;  $\bigcirc$ , ———,  $\theta=0^\circ$ ;  $\Delta$ , ———,  $\theta=45^\circ$ ; ———,  $\theta=90^\circ$ ;  $\times$ , .....,  $\theta=135^\circ$ .

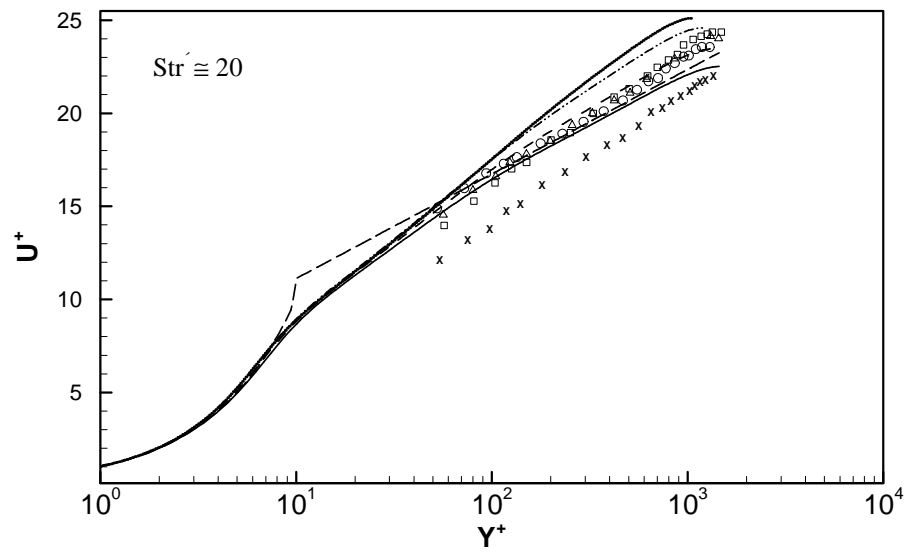


Figura 3.23 - Resultados numéricos (modelo  $k-\omega$ ) e dados experimentais (Tu e Ramaprian, 1983) para perfis de velocidade:  $fr = 3,6$  Hz e  $\gamma = 0,15$ ; Período de desaceleração.  
log — — —; O, ———,  $\theta=0^\circ$ ;  $\Delta$ , ———,  $\theta=45^\circ$ ; —··—,  $\theta=90^\circ$ ; x, ·····,  $\theta=135^\circ$ .

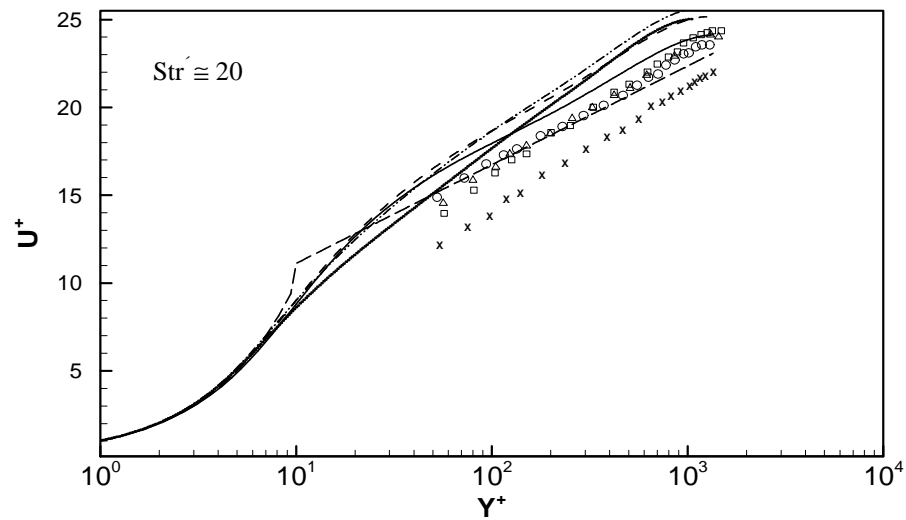


Figura 3.24 - Resultados numéricos (modelo  $\overline{v^2}-f$ ) e dados experimentais (Tu e Ramaprian, 1983) para perfis de velocidade:  $fr = 3,6$  Hz e  $\gamma = 0,15$ ; Período de desaceleração.  
log — — —; O, ———,  $\theta=0^\circ$ ;  $\Delta$ , ———,  $\theta=45^\circ$ ; —··—,  $\theta=90^\circ$ ; x, ·····,  $\theta=135^\circ$ .



Para complementar a análise, previsões para a distribuição da tensão cisalhante de Reynolds foram comparadas com os dados experimentais de Tu e Ramaprian (1983). Estas comparações estão indicadas nas figuras 3.26 a 3.36.

Inicialmente, percebe-se que os níveis da tensão cisalhante de Reynolds são, para o mesmo número de Reynolds, menores para as simulações do transiente mais rápido ( $f_r = 3,6$  Hz e  $\gamma = 0,15$ ). A explicação para tal comportamento reside no fenômeno de relaminarização, pois como já explicado, a medida que se aumenta a frequência de pulsação do escoamento, a camada cisalhante, onde ocorrem as maiores deformações, tende a ficar muito próxima à parede. Em algumas situações a camada cisalhante pode ficar completamente confinada dentro da subcamada limite viscosa, onde a dissipação viscosa inibe a turbulência. Desta forma, a produção de energia turbulenta é drasticamente reduzida, acarretando uma queda dos níveis de turbulência, tal como observados nas figuras anteriores para os dois casos simulados. A redução nos níveis de turbulência em altas frequências pode provocar a relaminarização do escoamento, mesmo em números de Reynolds elevados, reduzindo drasticamente o fator de atrito na parede.

Em relação à modelação numérica dos escoamentos pulsantes, algumas conclusões podem ser tiradas. Em primeiro lugar, percebe-se que todos os modelos avaliam bem a tensão de Reynolds para a menor frequência ( $f_r = 0,5$  Hz). Para esta condição, o número de Strouhal modificado ( $Str'$ ) é igual a 3 e o escoamento se enquadra então no regime de *frequência intermediária*. Nesse regime, as estruturas turbulentas ainda permanecem na condição de equilíbrio em algumas posições do ciclo, permitindo que modelos quase estáticos possam prever a turbulência de forma satisfatória. Já para o caso com frequência de 3,6 Hz ( $Str' = 20$ ), o escoamento é classificado como de *frequência elevada*, com os valores da frequência sendo da mesma ordem ou menores que as das escalas turbulentas. Modelos de turbulência que adotam o conceito de média para a dedução de suas equações são incapazes de captar o comportamento da turbulência nestas frequências.

Convém ressaltar que, embora para o escoamento em frequências elevadas a previsão da turbulência seja deficiente, na região externa à camada cisalhante os termos dominantes na equação da quantidade de movimento são os termos de inércia e de gradiente de pressão. Desta forma, a contribuição da tensão de Reynolds é marginal, fazendo com que mesmo uma previsão inadequada da turbulência tenha pouco impacto sobre o resultado do escoamento. A maior prova deste argumento são os resultados de perfis de velocidade e de tensão de Reynolds aqui apresentados. Por exemplo, fica evidente a falha dos modelos de turbulência em prever a tensão de Reynolds para a condição de maior frequência, retornando uma

estrutura “congelada”, em contradição com os dados experimentais. No entanto, em linha com explicação física supracitada, mesmo nessa situação o perfil de velocidade é previsto de forma satisfatória, dada a dominância dos termos de inércia e do gradiente de pressão na equação da quantidade de movimento.

Na região onde o transporte difusivo viscoso é importante ( $y^+ \leq 10$ ), dados experimentais não estão disponíveis, tornando difícil uma análise mais rigorosa sobre o desempenho dos modelos. Nessa região, os diferentes modelos de turbulência prevêem a mesma forma de perfil de velocidade. Este resultado pode ser justificado pelo fato de que na região bem próxima à parede, as estruturas turbulentas apresentam escalas de tempo muito pequenas, tão pequenas que são estatisticamente independentes do transiente originado pela pulsação do escoamento.

Outra conclusão, indicada por Tu e Ramaprian (1983) e constatada pelos resultados do presente trabalho, é que as “funções-parede” como, por exemplo, o perfil logarítmico de velocidade, utilizadas pelos modelos de turbulência para altos números de Reynolds (Launder e Spalding, 1972) não são válidas em diversos regimes de escoamentos pulsantes, como pode ser observado nas figuras 3.13 a 3.18, onde já a partir de  $y^+ = 10$  a discrepância entre o perfil universal de velocidade e o perfil de velocidade do escoamento fica evidente. Esta constatação é importante, já que muitos modelos de turbulência adotam funções parede. Por esta razão, modelos para baixos números de Reynolds são os indicados para essas situações.

A razão do modelo  $\overline{v^2}$ -f ter fornecido melhores previsões para o escoamento com a menor frequência ( $fr=0,5$  Hz), está associada à condição de anisotropia da turbulência junto a paredes sólidas. É sabido que a anisotropia é originada pelo amortecimento mais intenso de movimentos turbulentos na direção normal à parede. Sendo assim modelos que consideram a turbulência como isotrópica, como acontece com os modelos k- $\epsilon$  e k- $\omega$ , tem dificuldade de prever efeitos de parede que se manifestam através da condição de anisotropia. Este fenômeno é captado pelo modelo  $\overline{v^2}$ -f através da solução de uma equação de transporte para  $\overline{v^2}$ . Além disso, o modelo  $\overline{v^2}$ -f avalia o amortecimento da turbulência junto à parede de uma forma muito mais realística, resolvendo uma equação elíptica que inclui efeitos de redistribuição da energia turbulenta. Maiores detalhes podem ser encontrados em Durbin (1991) e Pope (2000).

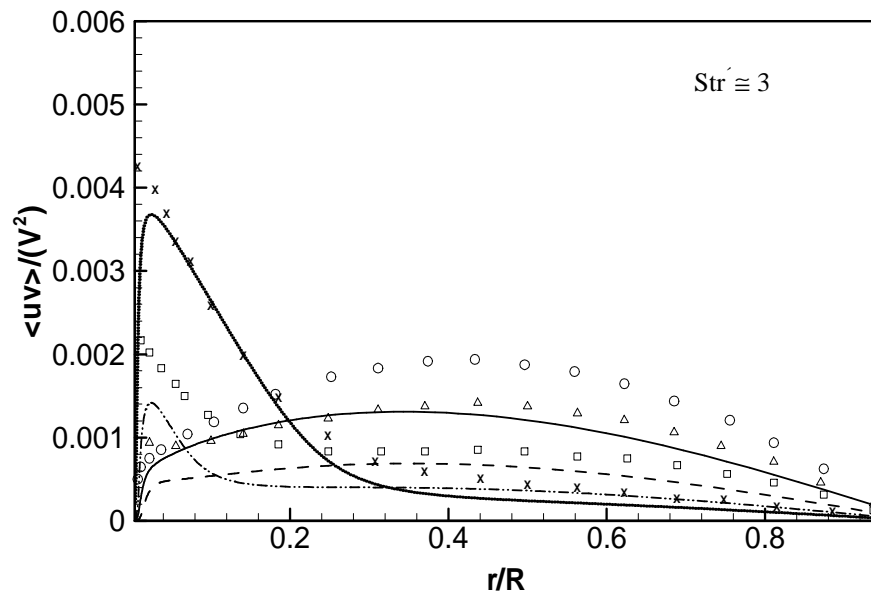


Figura 3.25 – Resultados numéricos (modelo  $k-\epsilon$ ) e dados experimentais (Ramaprian e Tu. (1983a) para a tensão cisalhante de Reynolds:  $f = 0,5$  Hz;  $\gamma = 0,64$ ; Período de aceleração;

$\circ$ , —,  $\theta=180^\circ$ ;  $\Delta$ , ---,  $\theta=225^\circ$ ;  $\square$ , -·-,  $\theta=270^\circ$ ;  $\times$ , .....,  $\theta=315^\circ$ .

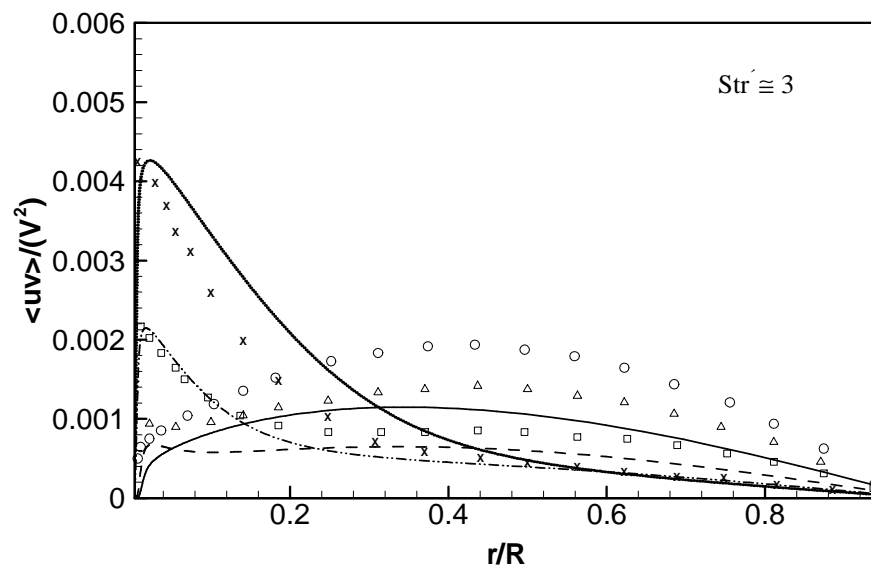


Figura 3.26 - Resultados numéricos (modelo  $k-\omega$ ) e dados experimentais (Ramaprian e Tu. (1983a) para a tensão cisalhante de Reynolds:  $f = 0,5$  Hz;  $\gamma = 0,64$ ; Período de aceleração:

$\circ$ , —,  $\theta=180^\circ$ ;  $\Delta$ , ---,  $\theta=225^\circ$ ;  $\square$ , -·-,  $\theta=270^\circ$ ;  $\times$ , .....,  $\theta=315^\circ$ .

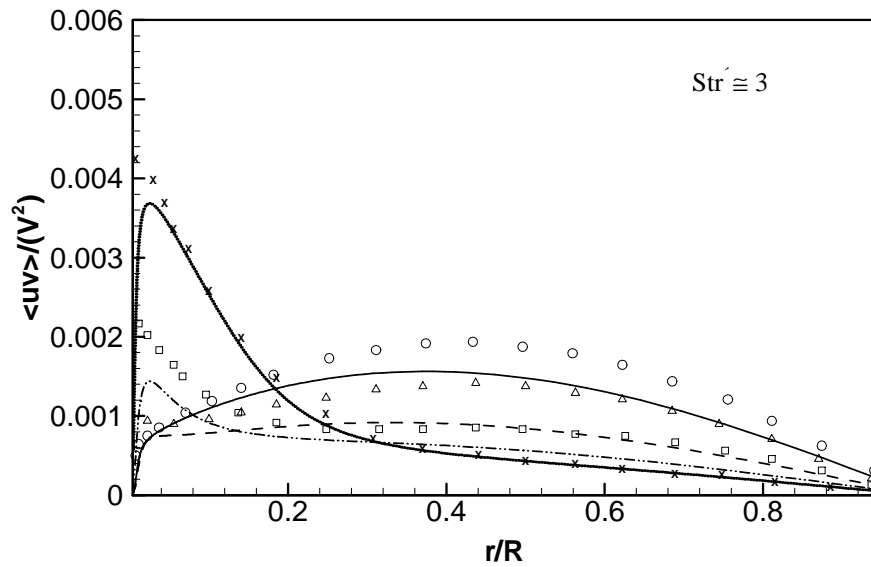


Figura 3.27 - Resultados numéricos (modelo  $\overline{v^2}$ -f ) e dados experimentais (Ramaprian e Tu. (1983a) para a tensão cisalhante de Reynolds:  $f = 0,5$  Hz;  $\gamma = 0,64$ ; Período de aceleração:  
 O, —,  $\theta=180^\circ$ ;  $\Delta$ , ---,  $\theta=225^\circ$ ;  $\square$ , -·-,  $\theta=270^\circ$ ; x, ·····,  $\theta=315^\circ$ .

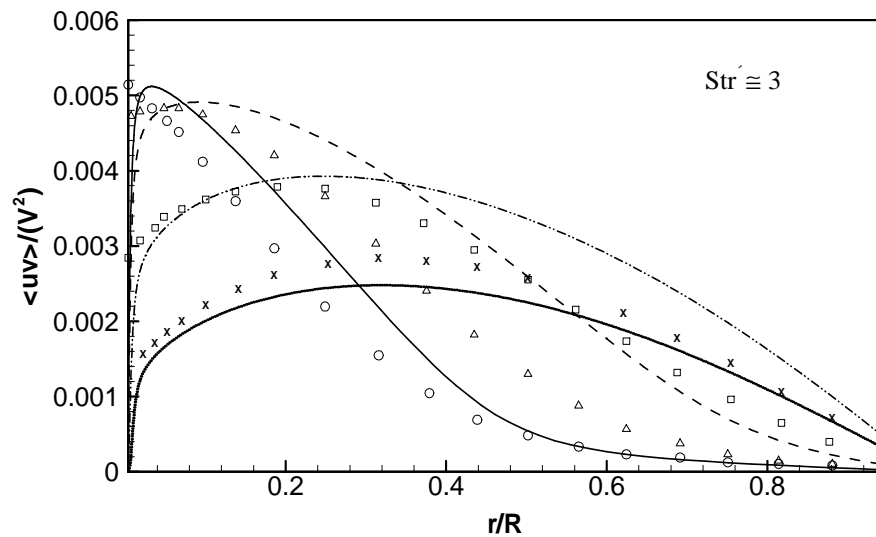


Figura 3.28 - Resultados numéricos (modelo k- $\epsilon$ ) e dados experimentais (Ramaprian e Tu. (1983a) para a tensão cisalhante de Reynolds:  $f = 0,5$  Hz;  $\gamma = 0,64$ ; Período de desaceleração:  
 O, —,  $\theta=0^\circ$ ;  $\Delta$ , ---,  $\theta=45^\circ$ ;  $\square$ , -·-,  $\theta=90^\circ$ ; x, ·····,  $\theta=135^\circ$ .

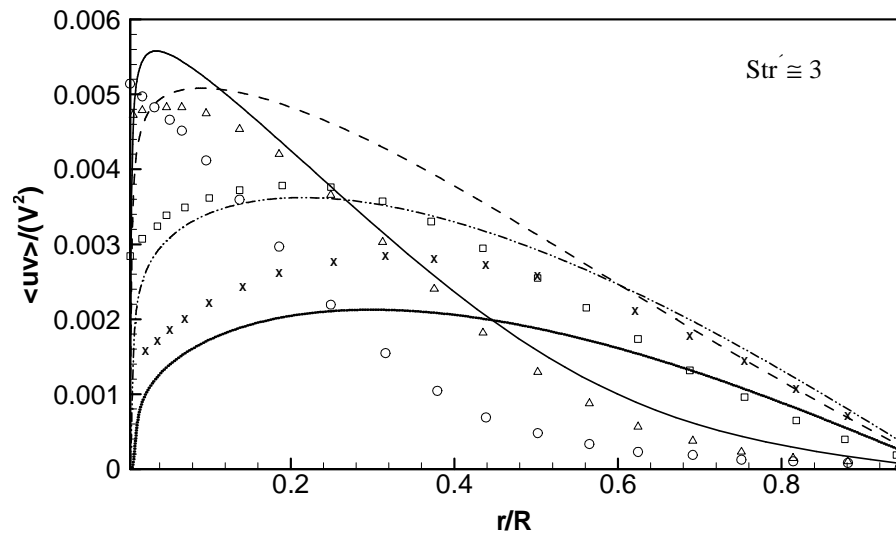


Figura 3.29 - Resultados numéricos (modelo  $k-\omega$ ) e dados experimentais (Ramaprian e Tu. (1983a) para a tensão cisalhante de Reynolds:  $f = 0,5$  Hz;  $\gamma = 0,64$ ; Período de desaceleração:

O, —,  $\theta=0^\circ$ ;  $\Delta$ , ---,  $\theta=45^\circ$ ;  $\square$ , -·-,  $\theta=90^\circ$ ; x, ·····,  $\theta=135^\circ$ .

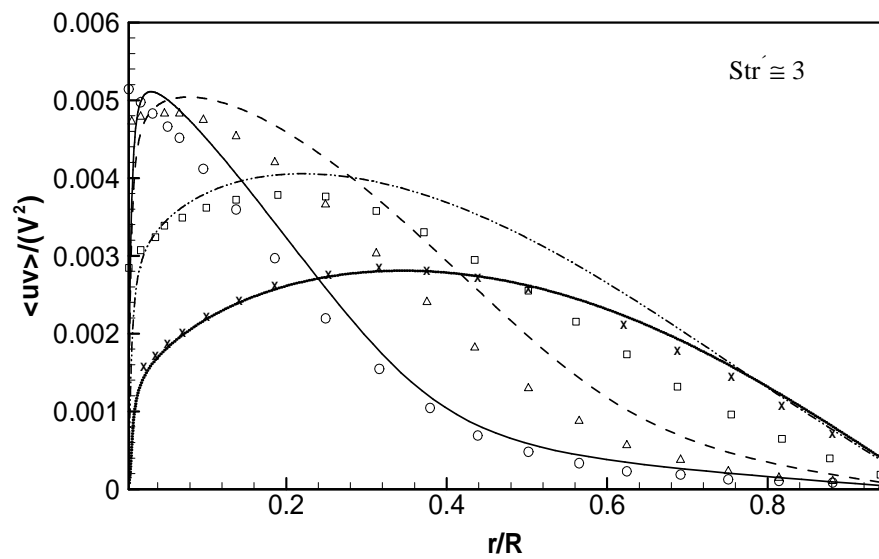


Figura 3.30 - Resultados numéricos (modelo  $\overline{v^2}-f$ ) e dados experimentais (Ramaprian e Tu. (1983a) para a tensão cisalhante de Reynolds:  $f = 0,5$  Hz;  $\gamma = 0,64$ ; Período de desaceleração

O, —,  $\theta=0^\circ$ ;  $\Delta$ , ---,  $\theta=45^\circ$ ;  $\square$ , -·-,  $\theta=90^\circ$ ; x, ·····,  $\theta=135^\circ$ .

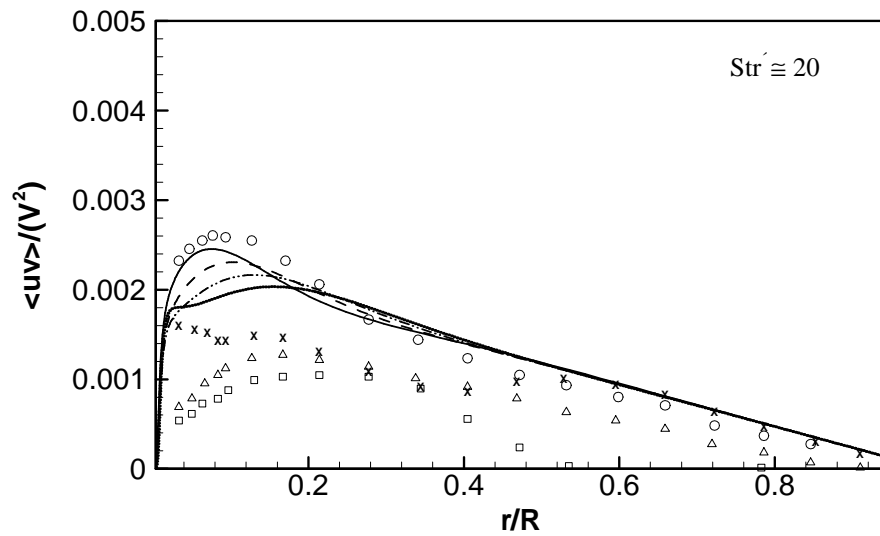


Figura 3.31 - Resultados numéricos (modelo  $k-\epsilon$ ) e dados experimentais (Ramaprian e Tu. (1983a) para a tensão cisalhante de Reynolds:  $f = 3,6$  Hz;  $\gamma = 0,15$ ; Período de aceleração:

O, —,  $\theta=180^\circ$ ;  $\Delta$ , ---,  $\theta=225^\circ$ ;  $\square$ , -·-,  $\theta=270^\circ$ ; x, ·····,  $\theta=315^\circ$ .

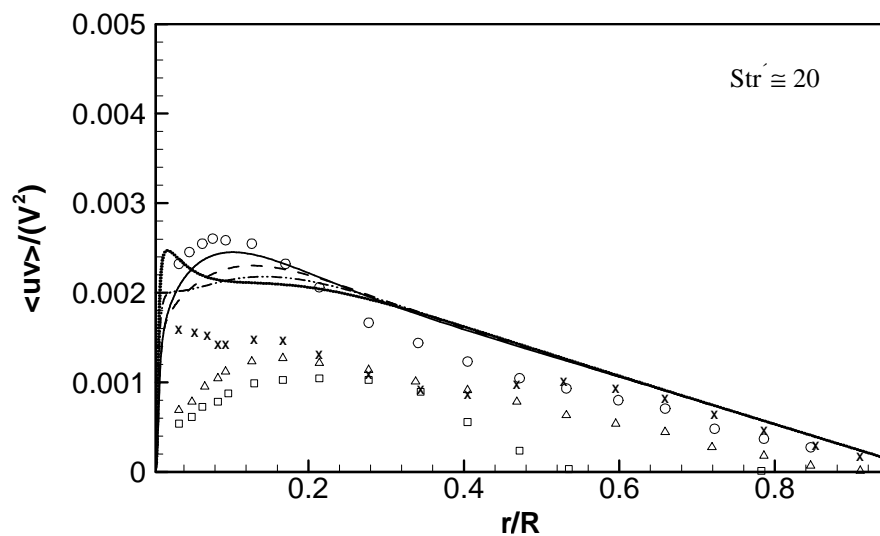


Figura 3.32 - Resultados numéricos (modelo  $k-\omega$ ) e dados experimentais (Ramaprian e Tu. (1983a) para a tensão cisalhante de Reynolds:  $f = 3,6$  Hz;  $\gamma = 0,15$ ; Período de aceleração:

O, —,  $\theta=180^\circ$ ;  $\Delta$ , ---,  $\theta=225^\circ$ ;  $\square$ , -·-,  $\theta=270^\circ$ ; x, ·····,  $\theta=315^\circ$ .

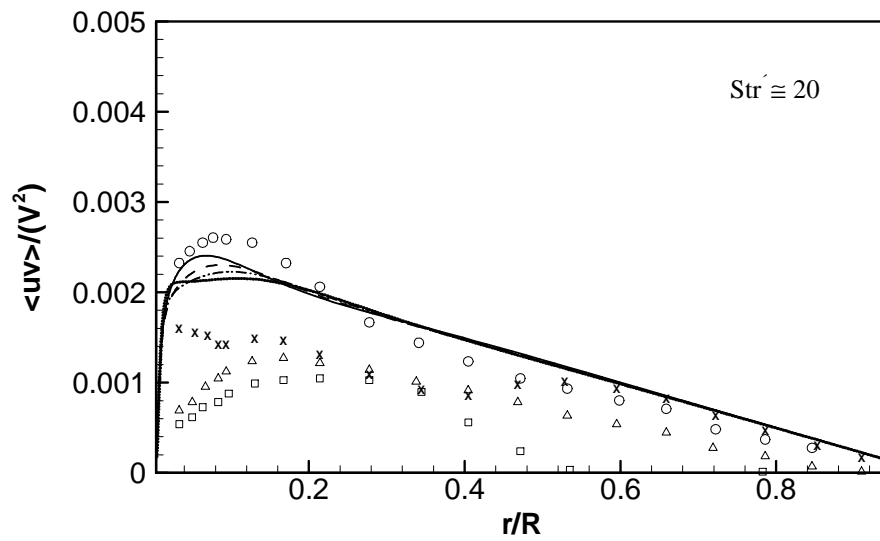


Figura 3.33 - Resultados numéricos (modelo  $\sqrt{v^2} - f$ ) e dados experimentais (Ramaprian e Tu. (1983a) para a tensão cisalhante de Reynolds:  $f = 3,6$  Hz;  $\gamma = 0,15$ ; Período de aceleração:

O, —,  $\theta = 180^\circ$ ;  $\Delta$ , ---,  $\theta = 225^\circ$ ;  $\square$ , -·-,  $\theta = 270^\circ$ ; x, ·····,  $\theta = 315^\circ$ .

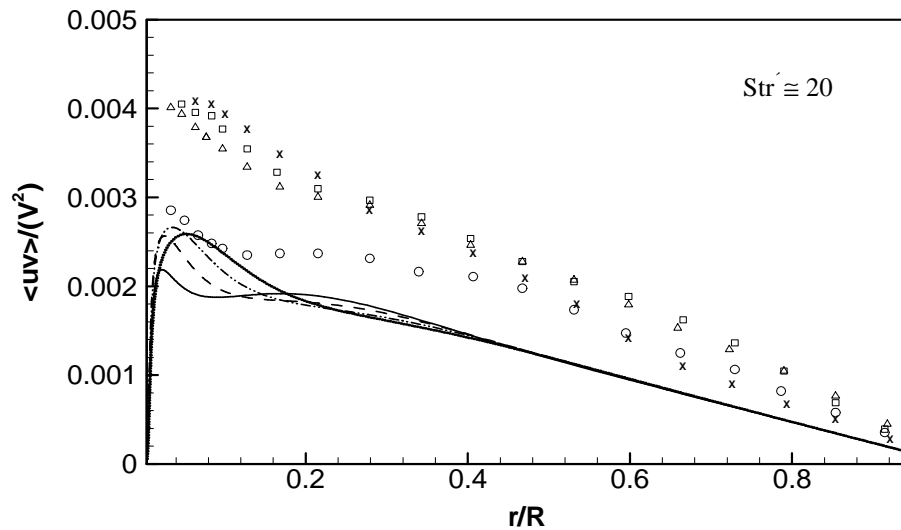


Figura 3.34 - Resultados numéricos (modelo  $k - \epsilon$ ) e dados experimentais (Ramaprian e Tu. (1983a) para a tensão cisalhante de Reynolds:  $f = 3,6$  Hz;  $\gamma = 0,15$ ; Período de desaceleração:

O, —,  $\theta = 0^\circ$ ;  $\Delta$ , ---,  $\theta = 45^\circ$ ;  $\square$ , -·-,  $\theta = 90^\circ$ ; x, ·····,  $\theta = 135^\circ$ .

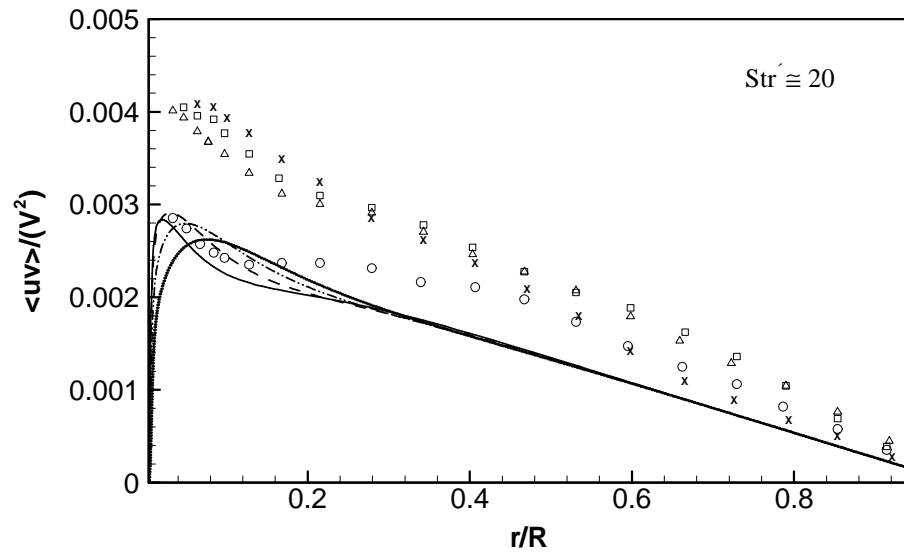


Figura 3.35 - Resultados numéricos (modelo  $k-\omega$ ) e dados experimentais (Ramaprian e Tu. (1983a) para a tensão cisalhante de Reynolds:  $f = 3,6$  Hz;  $\gamma = 0,15$ ; Período de desaceleração.

O, —,  $\theta=0^\circ$ ;  $\Delta$ , ---,  $\theta=45^\circ$ ;  $\square$ , -·-,  $\theta=90^\circ$ ; x, ·····,  $\theta=135^\circ$ .

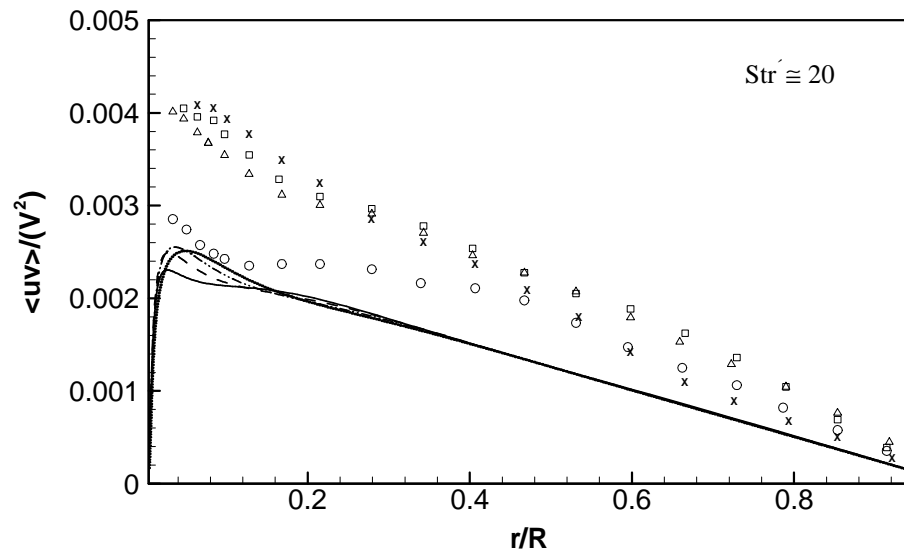


Figura 3.36 - Resultados numéricos (modelo  $\overline{v^2}-f$ ) e dados experimentais (Ramaprian e Tu. (1983a) para a tensão cisalhante de Reynolds:  $f = 3,6$  Hz;  $\gamma = 0,15$ ; Período de desaceleração.

O, —,  $\theta=0^\circ$ ;  $\Delta$ , ---,  $\theta=45^\circ$ ;  $\square$ , -·-,  $\theta=90^\circ$ ; x, ·····,  $\theta=135^\circ$ .



Os dados experimentais de Mao e Hanratty (1986) e de Finnium e Hanratty (1988), bem como os resultados numéricos de Cotton e Ismael (1996), indicam que os parâmetros médios cíclicos do escoamento, tal como o fator de atrito e a tensão na parede são muito semelhantes aos resultados obtidos para o regime estacionário. Além disso, esses trabalhos mostram que a defasagem entre as variações da tensão na parede (magnitude e amplitude), da velocidade média e do gradiente de pressão são bem correlacionados com a frequência adimensional  $\omega^+$ , conforme definido na equação (3.50).

Nas Figuras 3.37 e 3.38 percebe-se um adiantamento da fase de oscilação da tensão na parede em relação à oscilação da velocidade média. Para frequências suficientemente baixas ( $\omega^+ \rightarrow 0$ ), o escoamento apresenta um comportamento quase-estático e não há defasagem alguma ( $\theta = 0$ ). À medida que se vai aumentando a frequência de pulsação, a diferença de fase tende a aumentar e se estabilizar então em um valor de aproximadamente  $45^\circ$ ; um valor igual ao previsto para escoamento laminar (Uchida, 1956). A explicação de tal comportamento se deve ao fato de que com o aumento da frequência de pulsação, a camada cisalhante tende a ficar cada vez próxima da parede até ficar completamente dentro da subcamada limite viscosa. Nessa situação, a produção da turbulência torna-se praticamente nula e o escoamento relaminariza, com a tensão na parede podendo ser obtida da solução teórica para escoamento laminar.

Resultados numéricos e experimentais para a amplitude de oscilação da tensão de cisalhamento na parede  $|\tau_w|$ , normalizada pelo parâmetro  $\gamma \rho \bar{U}_m^2$ ,

$$\gamma_t = \frac{|\tau_w|}{\gamma \rho \bar{U}_m^2} \quad (3.51)$$

são apresentados nas figuras 3.39 e 3.40 para  $Re = 20\,000$  e  $100\,000$ , respectivamente, em função da frequência adimensional  $\omega^+$ . Observa-se neste caso que o modelo de turbulência k- $\epsilon$  apresenta a melhor concordância com os dados experimentais de Finnium e Hanratty (1988), enquanto o modelo k- $\omega$  retorna as previsões de pior qualidade, como já esperado.

Um outro resultado do comportamento do escoamento é a defasagem da tensão de cisalhamento em relação ao gradiente de pressão  $dp/dx$ . Esta defasagem é representada por  $\theta_\tau$  e apresentada nas figuras 3.41 e 3.42 para  $Re = 20\,000$  e  $100\,000$ , respectivamente.

Finalmente, é oportuno analisar o comportamento do fator de atrito médio de acordo com a condição de pulsação do escoamento. Para escoamento estacionário, a correlação de Blasius é muito empregada para o fator de atrito:

$$f = \frac{0,3164}{Re^{0,25}} \quad (3.52)$$

Para escoamento plenamente desenvolvido, o fator de atrito está relacionado com o coeficiente de fricção  $C_f$  através da seguinte relação:

$$C_f = \frac{f}{4} = \frac{\tau_w}{\rho \bar{U}_m^2 / 2} \quad (3.53)$$

onde  $\bar{V}^2$  é a velocidade média do escoamento. Neste trabalho, o fator de atrito médio foi calculado para escoamentos pulsantes através da equação 3.53, através do valor médio cíclico da tensão cisalhante na parede e da velocidade média associada ao número de Reynolds médio da pulsação.

Ao se observar o resultado do fator de atrito obtido pelas simulações em comparação com o resultado estimado pela correlação de Blasius (Figura 3.43), percebe-se que a utilização da correlação de Blasius fornece bons resultados para o fator de atrito médio mesmo na presença de pulsações de até  $Str = 1$ . Este resultado em princípio estranho, devido à mudança que a pulsação causa na estrutura da turbulência, é decorrente de uma variação quase que simétrica do fator de atrito através do ciclo, ou seja, a redução nos níveis do fator de atrito observada nos períodos de aceleração é, na média, anulada pelos níveis mais elevados encontrados nos períodos de desaceleração.

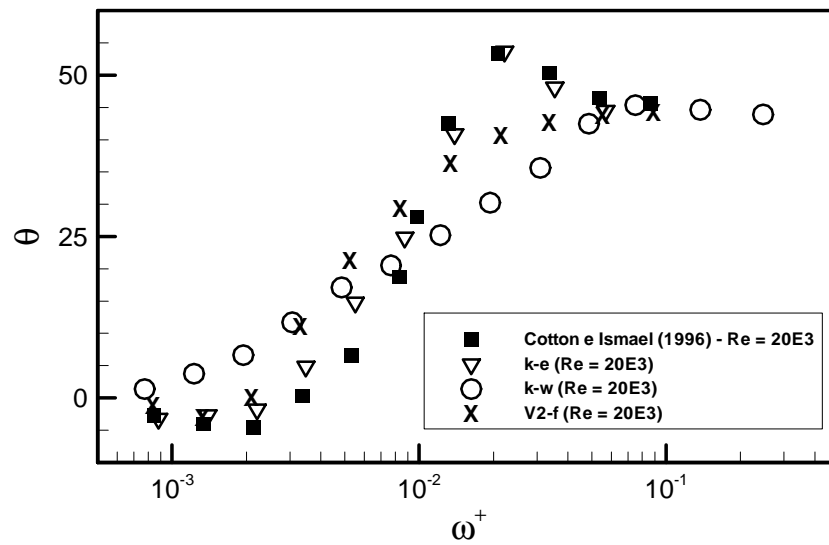


Figura 3.37 – Resultados numéricos para o adiantamento de fase  $\theta$ , em graus, da variação da tensão na parede em relação à velocidade média;  $Re = 20000$ .

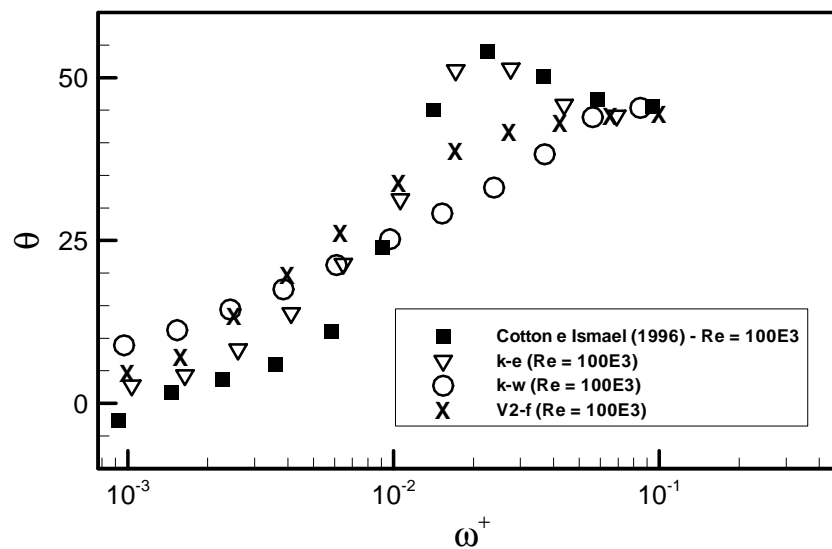


Figura 3.38 - Resultados numéricos para o adiantamento de fase  $\theta$ , em graus, da variação da tensão na parede em relação à velocidade média;  $Re = 100\,000$ .

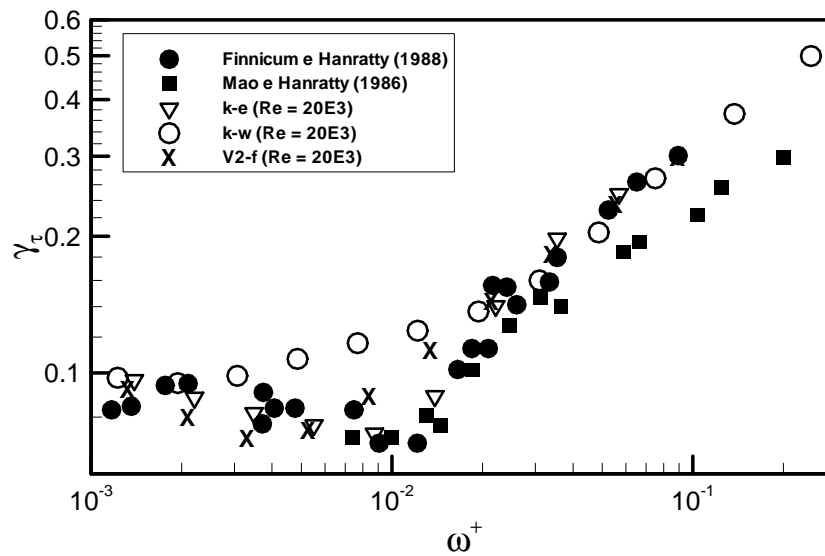


Figura 3.39 – Resultados da relação da amplitude de oscilação da tensão na parede pela amplitude de oscilação da velocidade média, obtidos com os três modelos; dados experimentais de Mao e Hanratty (1986) e Finnicum e Hanratty (1988);  $Re = 20\,000$ .

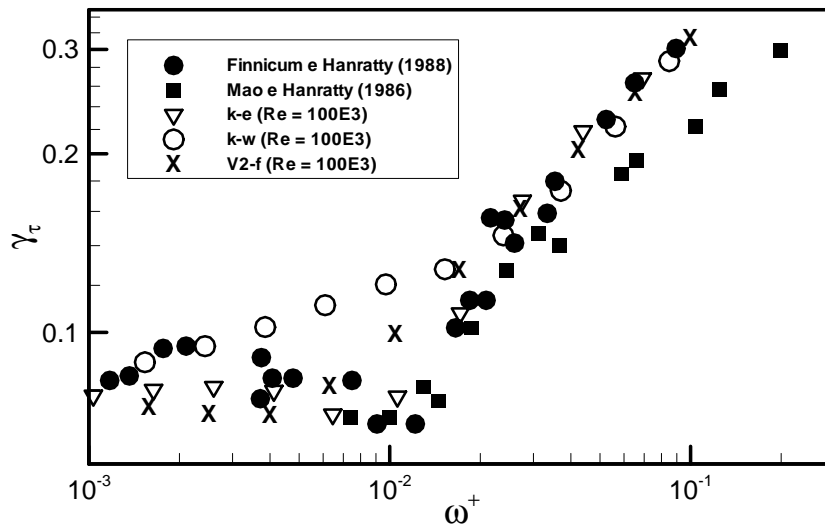


Figura 3.40 - Resultados da relação da amplitude de oscilação da tensão na parede pela amplitude de oscilação da velocidade média, obtidos com os três modelos; dados experimentais de Mao e Hanratty (1986) e Finnicum e Hanratty (1988);  $Re = 100\,000$ .

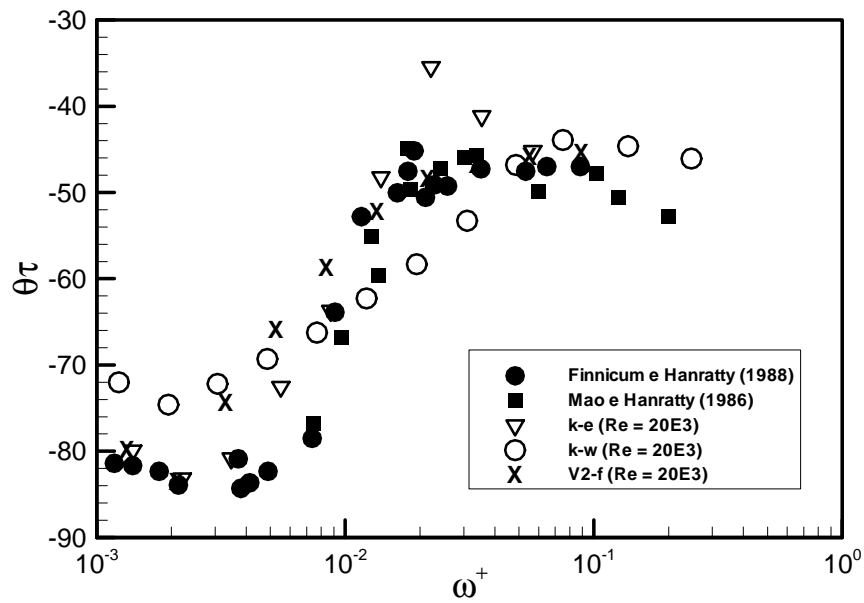


Figura 3.41 - Defasagem  $\theta_\tau$  da tensão cisalhante na parede em relação ao gradiente de pressão;  $Re = 20\,000$ .

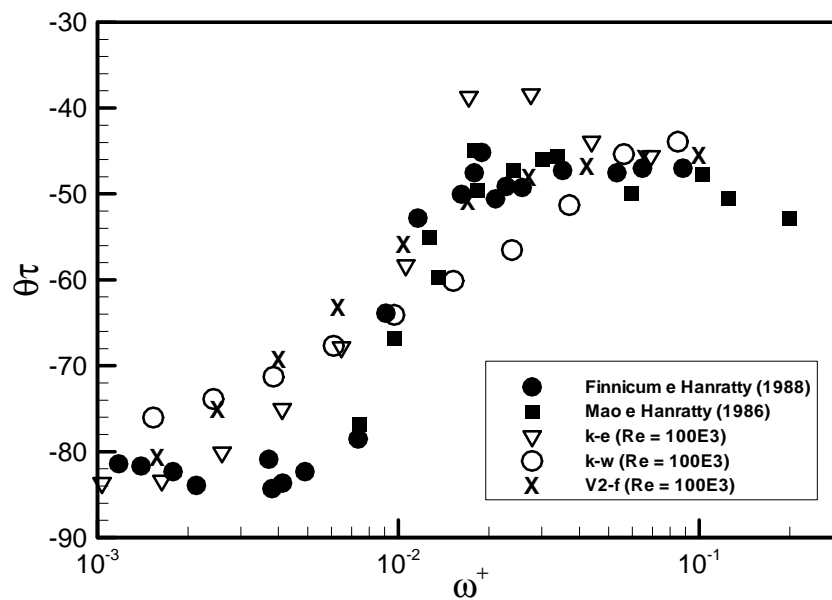


Figura 3.42 - Defasagem  $\theta_\tau$  da tensão cisalhante na parede em relação ao gradiente de pressão;  $Re = 100\,000$ .

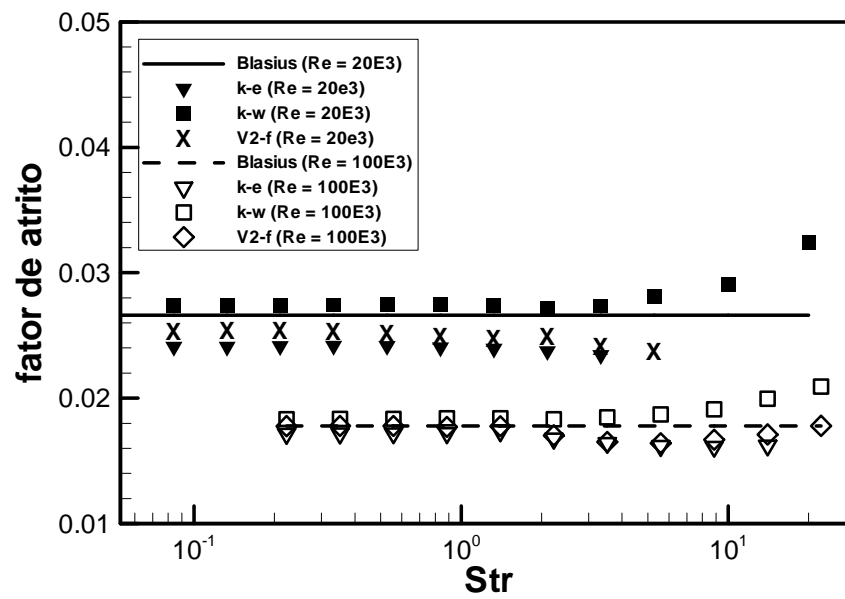


Figura 3.43 - Resultados numéricos de fator de atrito médio na parede obtidos para os três modelos simulados, em comparação com os valores obtidos pela correlação de Blasius, para  $Re = 20\,000$  e  $10\,000$ .

Como último resultado, apresenta-se o comportamento do fator de atrito na parede da canalização em função do tempo e do número de Reynolds instantâneo do escoamento. O objetivo é verificar a diferença entre os resultados de  $f$  sob transientes e os valores previstos através de correlações estacionárias.

Os presentes resultados foram gerados com o modelo de turbulência  $\overline{v^2}$ - $f$ , já que este se mostrou de melhor desempenho entre os modelos testados. Seguem nas Figuras 3.44 e 3.45 resultados para o fator de atrito em função do número de Reynolds instantâneo. No canto superior esquerdo das respectivas figuras está um indicativo se o escoamento se encontra em regiões de aceleração ou desaceleração sob a curva.

É possível perceber uma diferença bastante grande no comportamento do fator de atrito para as diversas frequências de pulsação, encontrando inclusive valores negativos, para a frequência  $Str = 14.02$ , na Figura 3.45, o que indica uma inversão do perfil de velocidade junto à parede.

Outra observação interessante é que à medida que se vai aumentando a frequência da pulsação, a região onde o fator de atrito é menor que o valor estacionário vai se tornando cada vez mais dominante, tornando a curva cada vez mais assimétrica. Isto pode também ser verificado na Figura 3.43, pois à medida que a frequência de pulsação aumenta, o valor médio do fator de atrito pulsante tende a ficar abaixo do valor médio calculado através da correlação de Blasius.

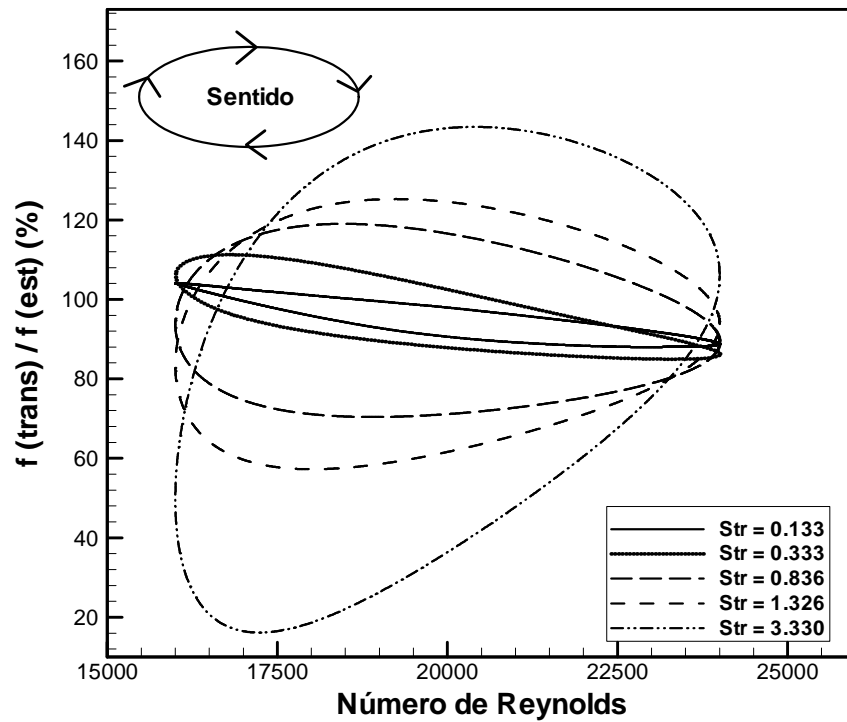


Figura 3.44 - Relação percentual entre fator de atrito pulsante e fator de atrito estacionário para diferentes frequências de pulsação.  $\overline{Re} = 20000$  e  $\gamma = 0,2$ .

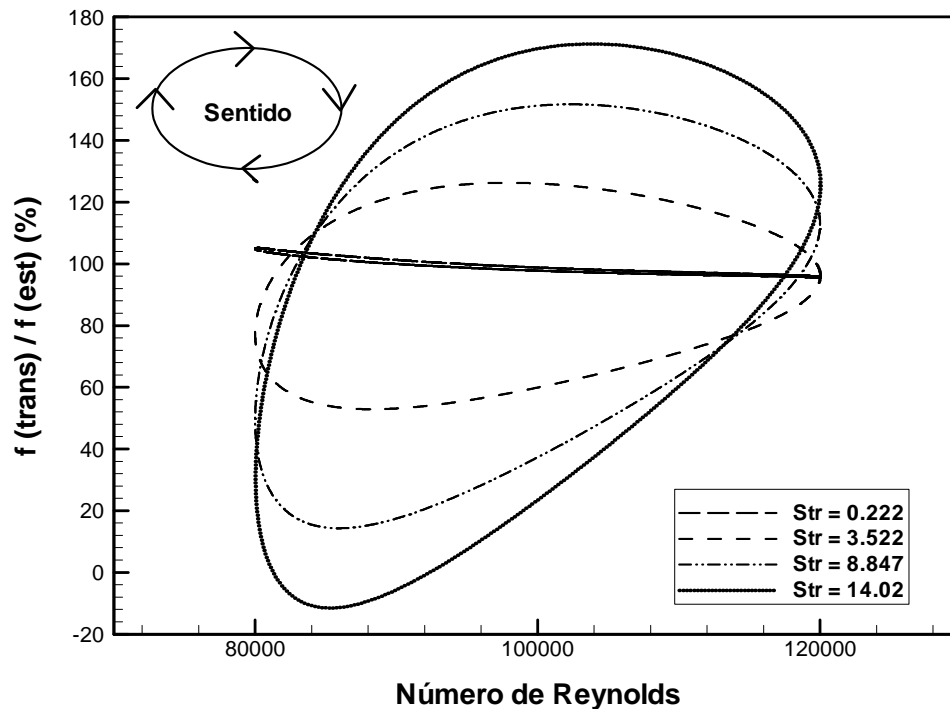


Figura 3.45 - Relação percentual entre fator de atrito pulsante e fator de atrito estacionário para diferentes frequências de pulsação.  $\overline{Re} = 100\,000$  e  $\gamma = 0,2$ .



Outro resultado bastante interessante refere-se ao gradiente de pressão necessário para que se atinja os níveis de pulsação observados nas figuras anteriores. Ao se analisar a figura 3.46, observa-se que, para um número de  $\overline{Re} = 100000$  e  $\gamma = 0,2$ , a amplitude de oscilação do gradiente de pressão obtido é extremamente elevado. Por exemplo, para  $Str = 14,02$ , o gradiente de pressão necessário deveria apresentar uma amplitude de oscilação de aproximadamente 30000 %.

Poderia-se esperar que pelo fato do gradiente de pressão e da velocidade média apresentarem um comportamento simétrico em relação ao valor médio no ciclo, que o mesmo deveria acontecer com a tensão na parede. Acontece que, conforme observado nas Figuras 3.37, 3.38, 3.41 e 3.42, as oscilações destas variáveis não estão na mesma fase angular, o que acarreta em um comportamento não simétrico para a tensão na parede em função do tempo.

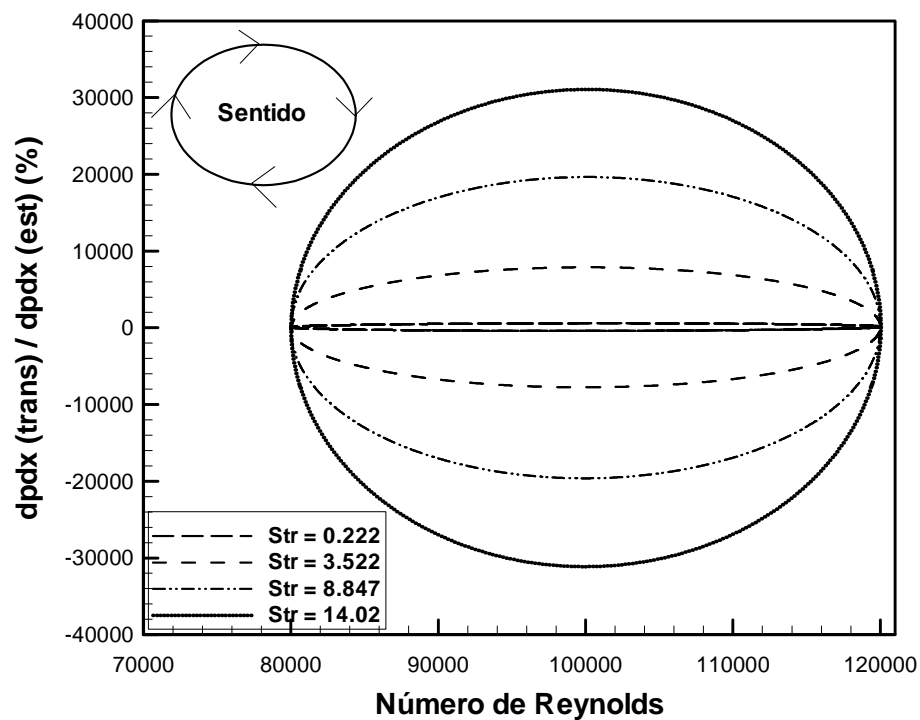


Figura 3.46 - Comportamento do gradiente de pressão com o número de Reynolds para diferentes freqüências de pulsação do escoamento.

### 3.5. Conclusões

Objetivou-se com o presente capítulo ter um melhor entendimento da estrutura de escoamentos turbulentos plenamente desenvolvidos submetido a transientes pulsantes, bem como desenvolver uma ferramenta numérica capaz de prever suas propriedades.

Na presente análise numérica foram utilizados três modelos de turbulência baseados no conceito de viscosidade turbulenta: o modelo k- $\epsilon$  para baixos números de Reynolds de Launder e Sharma (1974), o modelo k- $\omega$  para baixos números de Reynolds de Wilcox (1994) e o modelo  $\overline{v^2}$ -f de Durbin (1991).

Percebeu-se que os três modelos obtiveram resultados muito similares para a simulação de escoamentos em regime estacionário em  $Re = 20000$  e  $Re=100000$ . Entretanto, nas simulações do escoamento pulsante a baixas frequências, com  $Str' \approx (1)$ , o modelo  $\overline{v^2}$ -f apresentou os melhores resultados, provavelmente porque resolve uma equação adicional para a tensão normal de Reynolds  $\overline{v^2}$ . Esta tensão é a mais adequada para se avaliar a viscosidade turbulenta em regiões próximas a anteparos sólidos, uma vez que estabelece o grau de anisotropia que ali ocorre. Os outros dois modelos consideram a turbulência isotrópica mesmo nas regiões próximas a paredes. Além disto, o modelo  $\overline{v^2}$ -f estabelece que nenhuma escala de tempo e comprimento pode ser menor que a escala de Kolmogorov, ao contrário dos modelos k- $\epsilon$  e k- $\omega$ .

A medida em que a frequência de pulsação vai aumentando, com  $Str' > (10)$ , os três modelos de turbulência não conseguem mais prever corretamente o comportamento das estruturas turbulentas. Entretanto, nestas frequências o escoamento é dominado pelos termos de inércia e de gradiente de pressão. Desta forma, embora a estrutura turbulenta não seja corretamente prevista, o perfil de velocidade e, conseqüentemente, o fator de atrito, são avaliados de maneira bem satisfatória.

Os resultados para o fator de atrito nas Figuras 3.44 e 3.45 mostram que a pulsação altera fortemente o comportamento do escoamento nas regiões próximas às paredes. Nas maiores frequências de pulsação, observou-se que os níveis de redução do fator de atrito vão se tornando cada vez maiores devido ao fenômeno de relaminarização do escoamento.

Conclui-se que os modelos matemáticos desenvolvidos no presente trabalho são capazes de prever as propriedades do escoamento com uma boa precisão. Se o objetivo da análise fosse o estudo das propriedades turbulentas, os modelos de turbulência aqui usados só seriam satisfatórios em baixas frequências.

## **CAPÍTULO 4**

### **MODELAÇÃO DO ESCOAMENTO EM CILINDROS DE COMPRESSORES ALTERNATIVOS**

#### **4.1. Introdução**

Conforme mostrado por Matos (2002), quando o pistão se aproxima do cabeçote de válvulas e, principalmente, quando há a abertura da válvula de descarga, inicia-se um escoamento no cilindro em direção à válvula, conforme ilustrado na Figura 4.1. Matos (2002) mostrou que este escoamento afeta consideravelmente as propriedades dentro do cilindro.

Os modelos encontrados na literatura que se propõem a simular o compressor, conforme já descritos na revisão bibliográfica, modelam o cilindro como um volume integral, avaliando muitas vezes as propriedades através de um processo politrópico de expansão e compressão ou por meio de equações de conservação para massa, quantidade de movimento e energia. O escoamento através da válvula de descarga é levado em consideração através das equações de conservação mas o escoamento no interior do cilindro não é calculado.

O presente capítulo considera o desenvolvimento de um modelo simplificado para a solução do escoamento dentro do cilindro do compressor quando o pistão se encontra próximo ao cabeçote de válvulas. De certa forma, pode-se dizer que a metodologia sendo proposta busca um compromisso entre aquela desenvolvida por Matos (2002), de grande precisão mas de custo computacional elevado, e os procedimentos simplificados que, embora de custo reduzido, não conseguem prever detalhes importantes do escoamento junto ao ponto morto superior.

#### **4.2. Descrição do problema**

O problema a ser resolvido consiste em avaliar as propriedades do fluido refrigerante dentro do cilindro durante um ciclo completo de compressão, incluindo a admissão de fluido pela válvula de sucção e a exaustão do mesmo pelo sistema de descarga. A metodologia aqui desenvolvida será acoplada com o código computacional RECIP (Ussyk, 1984) de simulação do compressor.

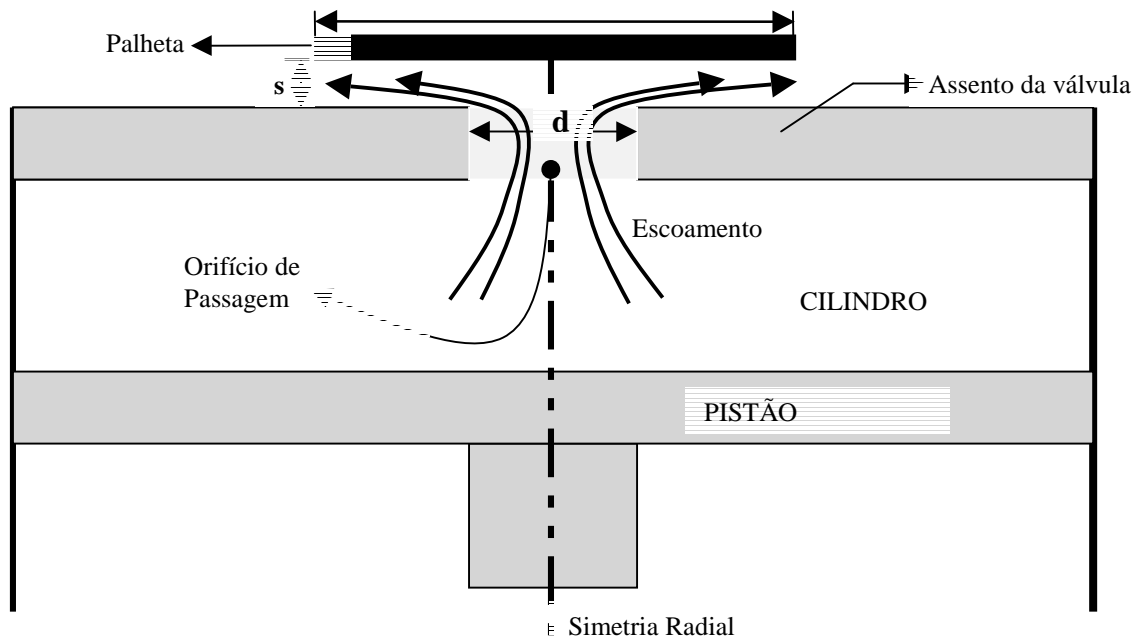


Figura 4.1. Esquema do escoamento no cilindro do compressor quando da abertura da válvula.

A simulação do ciclo de compressão do gás no cilindro foi realizada com a combinação de duas técnicas distintas. A primeira delas é aplicada quando o pistão se encontra afastado do cabeçote (ou placa de válvulas). Para esta parte do ciclo, as propriedades do gás no cilindro são obtidas através de um balanço integral de massa, quantidade de movimento e energia, conforme realizado por Deschamps *et al.* (2002). A figura 4.2 apresenta um esquema simplificado da geometria, onde  $V(t)$ ,  $\rho(t)$ ,  $T(t)$  e  $P(t)$  são, respectivamente, os valores instantâneos do volume, massa específica, temperatura e pressão dentro do cilindro. Os parâmetros FMVS e FMVD indicam as vazões de massa das válvulas de sucção e de descarga, respectivamente.

Quando o pistão se encontra próximo ao cabeçote, o escoamento passa a ser então resolvido por uma metodologia diferencial unidimensional. Esta metodologia permite que sejam avaliadas as variações das propriedades sobre a superfície do pistão, decorrentes da abertura da válvula de descarga. Os detalhes a respeito das metodologias integral e diferencial são descritos nas seções seguintes.

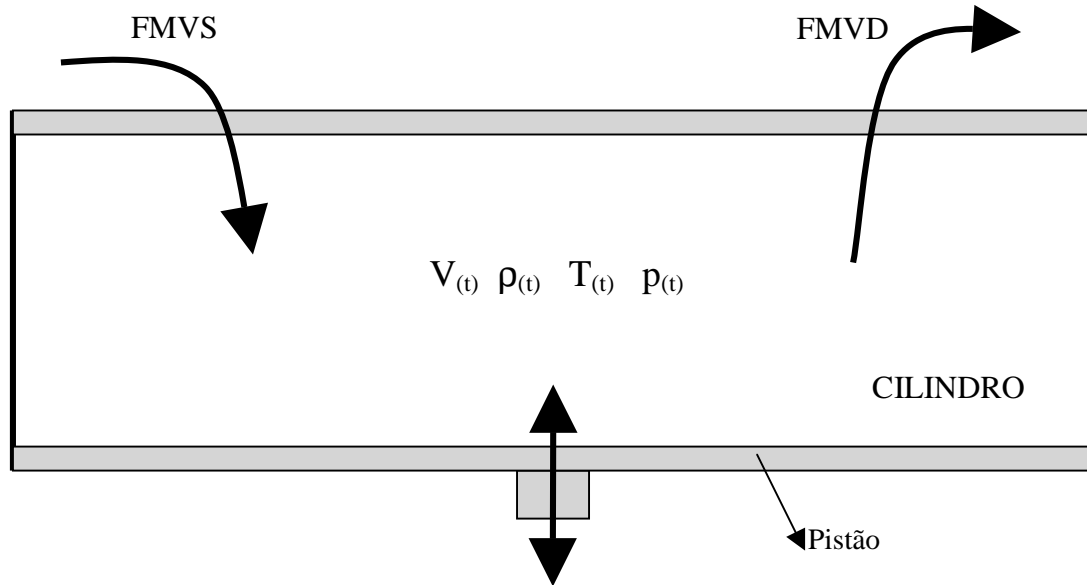


Figura 4.2. Esquema do cilindro do compressor para o pistão afastado do cabeçote de válvulas.

### 4.3. O modelo integral

Basicamente, a abordagem integral se baseia na solução da equação de conservação da massa acoplada à equação de estado do gás, aqui adotado como ideal, para obter o comportamento instantâneo da pressão dentro do cilindro. Já para o cálculo da temperatura é efetuado um balanço de energia dentro do cilindro do compressor. Este equacionamento segue abaixo.

#### 4.3.1. Equação para a pressão no cilindro

A equação da continuidade para o cilindro do compressor pode ser escrita, em um balanço integral, da seguinte forma:

$$M = M^0 + (FMVS - FMVD)\Delta t \quad (4.1)$$

onde  $M$ ,  $M^0$ ,  $FMVS$  e  $FMVD$  são, respectivamente, a massa dentro do cilindro do compressor, a massa no cilindro no tempo anterior, o fluxo de massa pelo sistema de sucção e o fluxo de massa pelo sistema de descarga. A variável  $\Delta t$  indica o intervalo de tempo considerado na análise.

Ao inserir na equação 4.1 a hipótese de gás ideal

$$p = \rho RT \quad (4.2)$$

encontra-se uma equação integral para o cálculo da pressão dentro do cilindro do compressor:

$$p = \frac{RT}{V} \left( \frac{p^0 V^0}{RT^0} + (FMVS - FMVD) \Delta t \right) \quad (4.3)$$

onde  $p$ ,  $T$  e  $V$  são, respectivamente, a pressão, temperatura e o volume do cilindro no intervalo de tempo atual e  $p^0$ ,  $T^0$  e  $V^0$  são, respectivamente, a pressão, a temperatura e o volume do cilindro no intervalo de tempo anterior. O parâmetro  $R$  representa a constante do gás.

#### 4.3.2. Equação para a temperatura no cilindro

Para o cálculo da temperatura no cilindro, utilizou-se um balanço de energia baseado na Primeira Lei da Termodinâmica. Neste trabalho adotam-se as equações da energia para o cálculo da temperatura nos formatos indicados por Todescat et al. (1993):

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dt} = \frac{1}{mc_v} & \left[ h_w A_c T_w + fm_s (ES - E) + fm_{bd} (ED - E) + \right. \\ & \left. - T \left( h_w A_c + \frac{\partial P}{\partial T} \Big|_v \frac{dV}{dt} - v \frac{\partial P}{\partial T} \Big|_v (fm_s - fm_d - fm_{bs} + fm_{bd}) \right) \right] \end{aligned} \quad (4.4)$$

$$T = T_o + \frac{dT}{dt} (\Delta t) \quad (4.5)$$

onde  $h_w$  é o coeficiente de convecção para a troca de calor entre o gás e as paredes do cilindro e  $fm$  é um parâmetro indicativo de fluxo de massa. Os índices subscritos  $s$ ,  $d$ ,  $bs$ ,  $bd$  indicam, respectivamente, o fluxo direto da sucção para o cilindro, fluxo direto do cilindro para a descarga, refluxo na sucção e refluxo na descarga. Por outro lado,  $A_c$  é a área de troca de calor entre as paredes do cilindro e o gás. O índice subscrito  $v$  refere-se à consideração de derivada a volume específico constante ( $v$  é definido como o volume específico). A Equação 4.2 para gás ideal é adotada na avaliação das derivadas presentes na Equação 4.4.

Os parâmetros de energia que aparecem nas equações 4.6 a 4.8 são definidos como:

$$ES = h_{\text{suc}} + \frac{U_s^2}{2} \quad (4.6)$$

$$ED = h_{\text{des}} + \frac{U_d^2}{2} \quad (4.7)$$

$$E = h_{\text{cil}} \quad (4.8)$$

$$h_i = c_p T_i \quad (4.9)$$

onde  $U_s$  e  $U_d$  são, respectivamente, as velocidades do gás na sucção e na descarga. A propriedade  $c_p$  é o calor específico do gás à pressão constante e  $h$  é a entalpia do gás. O índice subscrito  $i$  que aparece na Equação 4.9 quando substituído pelos índices suc, des ou cil refere-se à entalpia com base nas temperaturas de sucção, de descarga ou no cilindro, respectivamente.

#### 4.3.3. Determinação do fluxo de calor nas paredes do cilindro

O único parâmetro ainda não modelado na equação para a temperatura do cilindro (Equação 4.4) é o coeficiente de convecção para a troca de calor nas paredes ( $h_w$ ). Existem na literatura diversas correlações para o número de Nusselt (Nu) em cilindros de compressores, sendo que neste trabalho se utiliza a equação de Lawton, referenciada por Catto (1996).

Deve-se mencionar que o objetivo do modelo aqui proposto não está focado na troca de calor entre o gás e parede do cilindro do compressor. No entanto, a correlação deve ser fisicamente consistente, de tal forma a dar um fechamento adequado ao cálculo da temperatura no cilindro. Maiores detalhes quanto a diversas correlações para a troca de calor no cilindro do compressor podem ser encontrados em Catto (1996).

As Equações 4.10 a 4.12 apresentam o detalhamento da correlação de Lawton, onde  $k$ ,  $D$ ,  $q_w$ ,  $T_g(t)$ ,  $T_w$ ,  $Re(t)$  e  $L(t)$  são, respectivamente, a condutividade térmica do gás, o diâmetro do cilindro, o fluxo de calor entre o gás e as paredes do cilindro (por unidade de área), a temperatura instantânea do gás, a temperatura na parede do cilindro, o número de Reynolds instantâneo e o fator de compressibilidade do gás. Os parâmetros  $\gamma$ ,  $\alpha$ ,  $V(t)$ ,  $\bar{U}$  e  $U$  representam, respectivamente, a razão entre os calores específicos, a difusividade térmica do

gás, o volume instantâneo do cilindro, a velocidade média e a velocidade instantânea do pistão.

$$Nu = \frac{q_w D}{k(T_g(t) - T_w)} = 0,28 Re(t)^{0.7} + 0,25 L(t) \frac{T_w}{T_g(t) - T_w} \quad (4.10)$$

$$L(t) = \frac{\gamma - 1}{V(t)} \frac{dV(t)}{dt} \sqrt{\frac{D^3}{\alpha U}} \quad (4.11)$$

$$Re = \frac{\rho(t) \bar{U} D}{\mu} \quad (4.12)$$

De posse do número de Nusselt (Nu), o coeficiente de convecção ( $h_w$ ) pode ser facilmente obtido de:

$$h_w = \frac{Nu \cdot k}{D} \quad (4.13)$$

A área de troca de calor considerada foi a das paredes laterais do cilindro mais as áreas da superfície do pistão e da placa de válvulas, conforme a seguir:

$$A_c = \pi D L(t) + 2 \left( \frac{\pi D^2}{4} \right) \quad (4.14)$$

onde D é o diâmetro do cilindro e L é o comprimento do mesmo

#### **4.3.4. Implementação computacional**

O cálculo da pressão no cilindro (equação 4.3) é feito diretamente, sem a necessidade de algum esquema numérico. Para a equação 4.4 poderia-se adotar um mecanismo explícito de cálculo, onde a temperatura no lado direito da equação seria aproximada pelo valor no tempo anterior, tornando o processo de cálculo bastante simples. Optou-se, entretanto, em adotar uma abordagem implícita, onde a temperatura no cilindro foi resolvida da equação 4.4 através do método numérico e iterativo de Newton-Raphson. Maiores detalhes quanto a este método podem ser encontrados em Patel (1994) ou Dalcídio *et al.* (1994).



Resolvendo-se primeiramente a temperatura no cilindro de forma implícita (Equação 4.4) e posteriormente a pressão no cilindro (Equação 4.3) garante-se um sistema quase que totalmente implícito, uma vez que a equação da energia (Equação 4.4) foi escrita de forma a não ter termos de pressão, o que poderia tornar o cálculo iterativo.

O único termo que é avaliado de forma explícita é o fluxo de calor entre as paredes do cilindro e o gás, que utiliza a temperatura do gás no tempo anterior.

#### 4.4. O modelo diferencial

Definida a metodologia integral de cálculo a ser utilizada quando o pistão se encontra afastado do cabeçote de válvulas, descreve-se nesta seção a metodologia diferencial empregada para a solução do escoamento junto ao cabeçote (placa de válvulas), originado pela abertura da válvula de descarga.

##### 4.4.1. Geometria e Condições de Contorno

Segue na Figura 4.3 um esquema da geometria a ser resolvida, já incluindo as condições de contorno do problema. Vários pontos são identificados na Figura 4.3, conforme a lista a seguir:

- a) *Parede do cilindro*: superfície onde são prescritas condições de velocidade nula e de temperatura; esta última extraída do RECIP.
- b) *Superfície do pistão*: em cada posição do ciclo, o pistão se encontra em uma posição diferente, fazendo com que a malha se deforme com o tempo.
- c) *FMVS e FMVD*: Fluxos de massa pelas válvulas de sucção e de descarga, respectivamente.
- d) *FMVP*: fluxo de massa entre a folga entre o pistão e o cabeçote e o orifício de descarga.
- e) *Orifício de descarga*: este orifício é denominado “modificado” porque, além do orifício de descarga propriamente dito, engloba também um volume formado pela folga entre o pistão e o cabeçote na região central, de diâmetro igual ao do orifício.
- f) *Eixo de simetria*: o problema apresenta um eixo de simetria radial.

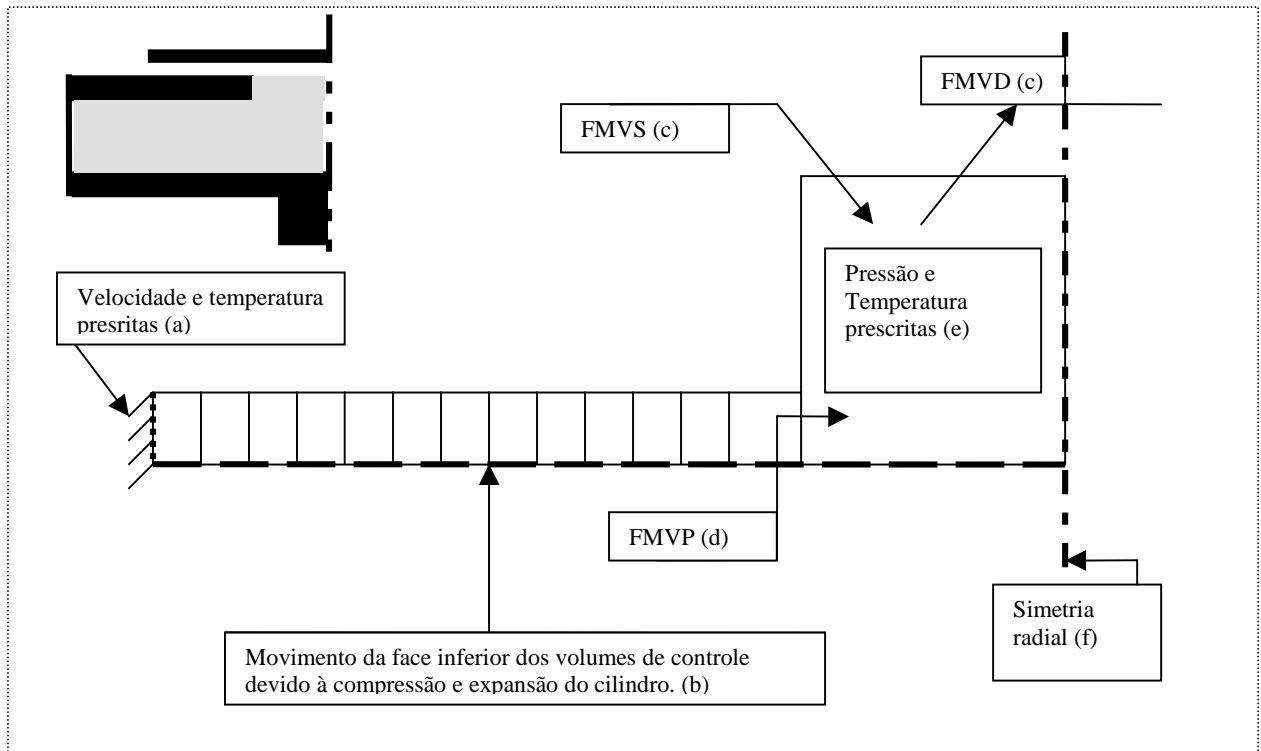


Figura 4.3 - Condições de contorno para a formulação diferencial.

Na figura 4.4 são identificados os seguintes parâmetros geométricos utilizados no modelo: **Hori** - altura do orifício de descarga; **Rori** - raio do orifício de descarga; **R(i)** - raio para um volume de controle de índice *i*; **Rcil** - raio do cilindro;  $\delta$  - distância entre o pistão e o cabeçote; **A<sub>cis</sub>** - área de cisalhamento do volume de controle; **A<sub>trans</sub>** - área transversal do volume de controle; **dx** - comprimento do volume de controle.

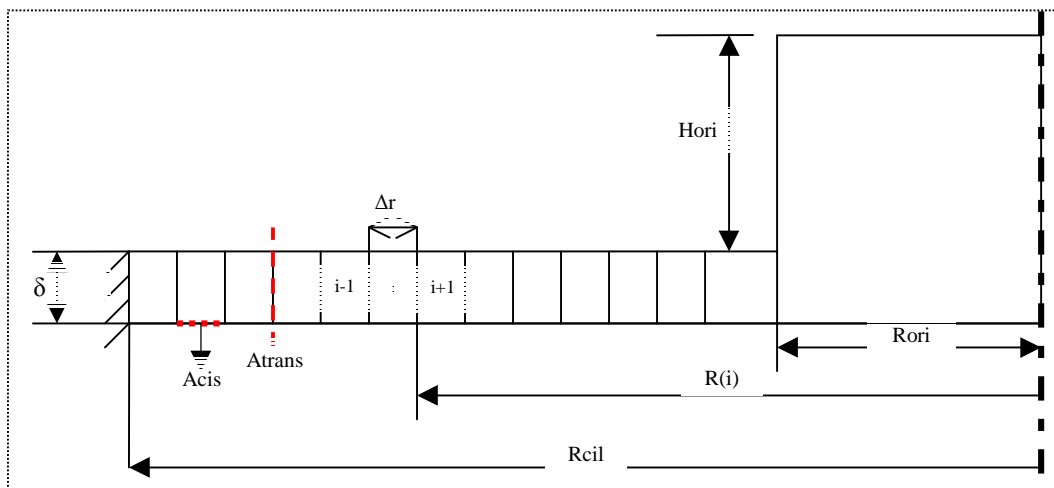


Figura 4.4 - Dados geométricos do problema

As áreas de cisalhamento,  $A_{\text{cis}}$ , e transversal,  $A_{\text{trans}}$ , são definidas de acordo com as seguintes expressões:

$$A_{\text{trans}} = 2\pi \cdot R(i) \cdot \delta \quad (4.15)$$

$$A_{\text{cis}} = 2\pi \cdot (R(i) + R(i-1)) \cdot \Delta r \quad (4.16)$$

#### 4.4.2. Hipóteses simplificativas

O modelo diferencial proposto aqui adota as hipóteses de gás ideal, escoamento unidimensional (ao longo da direção radial) e parede do cilindro lisa (sem rugosidade). Deve ser observado que, por conveniência, adota-se um balanço integral para o orifício de descarga. Uma vez o escoamento segue uma formulação unidimensional, as forças viscosas nas paredes devem ser avaliadas através de uma correlação de fator de atrito. Com esta finalidade, define-se inicialmente um número de Reynolds baseado no diâmetro hidráulico:

$$Re = \frac{\rho \cdot u \cdot D_h}{\mu} \quad (4.17)$$

onde  $\rho$ ,  $\mu$ ,  $u$  são, respectivamente, a massa específica, a viscosidade e a velocidade do fluido. O diâmetro hidráulico ( $D_h$ ) é definido como:

$$D_h = 2 \cdot \delta \quad (4.18)$$

De posse do número de Reynolds, o fator de atrito ( $f$ ) pode ser calculado pela equação de Blasius para escoamento turbulento

$$f = \frac{0,3164}{Re^{0,25}} \quad (4.19)$$

ou, caso o escoamento seja laminar, através de  $f = 96/Re$ . Com o fator de atrito pode-se então obter a tensão na parede  $\tau_w$  via a seguinte relação:

$$f = \frac{8\tau_w}{\rho u^2} \quad (4.20)$$

e, conseqüentemente, a força de cisalhamento ( $= \tau_w A_{\text{cis}}$ ).

Caso uma rugosidade seja assumida na parede do cilindro, a equação de Blasius deve ser substituída por uma equação mais completa, como aquela de Colebrook (Fox e McDonald, 1995):

$$\frac{1}{f^{0,5}} = -2 \cdot \log \left( \frac{e/D}{3,7} + \frac{2,51}{Re \cdot f^{0,5}} \right) \quad (4.21)$$

onde  $e/D$  é a rugosidade relativa da parede.

#### 4.4.3. Equações governantes

O modelo diferencial resolve as seguintes equações de conservação:

##### Massa

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial r \rho u}{\partial r} = 0 \quad (4.22)$$

##### Quantidade de movimento:

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial r \rho u u}{\partial r} = -\frac{dp}{dr} + \frac{\tau_w}{\delta} \quad (4.23)$$

onde  $\tau_w$  representa a tensão de cisalhamento atuando nas superfícies do cabeçote e do pistão, separadas por uma afastamento  $\delta$ .

##### Energia:

$$\frac{\partial \rho h_0}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \left( \rho u h_0 - k \frac{\partial T}{\partial r} \right) \right) = \frac{Dp}{Dt} + \dot{q} \quad (4.24)$$

onde  $\dot{q}$  e  $h_0$  representam, respectivamente, o fluxo de calor através das paredes do cilindro e a entalpia de estagnação ( $= c_p T + u^2/2$ ). A derivada substantiva  $Dp/Dt$  engloba as parcelas local e convectiva.

As equações acima podem ser integradas na direção radial, utilizando um volume de controle elementar, conforme ilustra a figura 4.5. Nesta figura os parâmetros  $A_{cis}$ ,  $A_{trans}$ ,  $\forall$ ,  $\phi$ , e  $\dot{m}$  representam, respectivamente, a área de cisalhamento, a área transversal e o volume do volume de controle, o escalar carregado para dentro deste volume e o fluxo de massa através das faces deste.

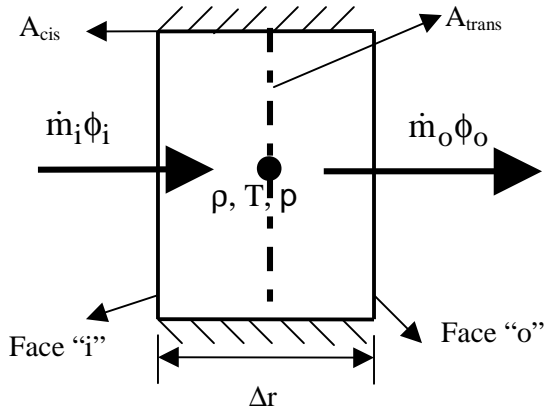


Figura 4.5 – Volume de controle elementar para a dedução das equações de conservação.

As equações de transporte integradas na direção “r” são expressas como a seguir:

Continuidade:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \nabla) + \dot{m}_o - \dot{m}_i = 0 \quad (4.25)$$

Quantidade de movimento:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u \nabla) + [\dot{m}u]_o - [\dot{m}u]_i = F_x \quad (4.26)$$

onde  $F_x$  representa o somatório das forças de superfície atuando sobre volume de controle, conforme descreve a expressão 4.27, com  $\Delta p$  representando a diferença de pressão entre as faces deste volume.

$$F_x = \Delta p \cdot A_{trans} + \tau_w \cdot A_{cis} \quad (4.27)$$

Energia:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho h_0 \nabla) + [\dot{m} h_0]_o - [\dot{m} h_0]_i = \frac{Dp}{Dt} \cdot \nabla + q + \dot{Q}_i - \dot{Q}_o \quad (4.28)$$

onde  $\dot{Q}$  representa a parcela de energia térmica que atravessa as faces do volume de controle por difusão.

O fluxo de calor que atravessa as paredes do cilindro,  $q$ , foi modelado de maneira similar à análise integral do problema apresentada na seção 4.3, utilizando a equação 4.10.

Realizou-se uma ponderação na massa a fim de inserir uma parcela desta energia em cada volume de controle, da seguinte forma:

$$q = q_w \cdot A_{\text{troca}} \cdot \frac{(\rho_i \nabla_i)}{\sum_{i=1}^N \rho_i \nabla_i} \quad (4.29)$$

onde o índice subscrito  $i$  e o índice sobrescrito  $N$  representam, respectivamente, um volume de controle particular e número total destes.

#### 4.4.4. Metodologia de solução

As equações governantes foram discretizadas espacialmente pelo método de volumes finitos e a discretização temporal foi feita implicitamente. O acoplamento entre os campos de pressão e de velocidade foi realizado através do algoritmo SIMPLEC para escoamentos a qualquer velocidade (Maliska, 1995).

Utilizou-se um arranjo desencontrado para a malha, com a velocidade disposta nas faces dos volumes de controle e pressão, temperatura e massa específica armazenadas no centro do volume, conforme indicado na Figura 4.6.

O esquema de interpolação utilizado para as propriedades nas faces foi o PLDS (“Power Law Differencing Scheme”), com a exceção da interpolação da massa específica no acoplamento pressão-velocidade (SIMPLEC), realizado com o esquema UDS (“Upwind Differencing Scheme”).

O sistema linear gerado pelas equações algébricas provenientes da discretização foi resolvido através do algoritmo TDMA. Maiores detalhes quanto à metodologia de cálculo podem ser obtidos em Maliska (1995).

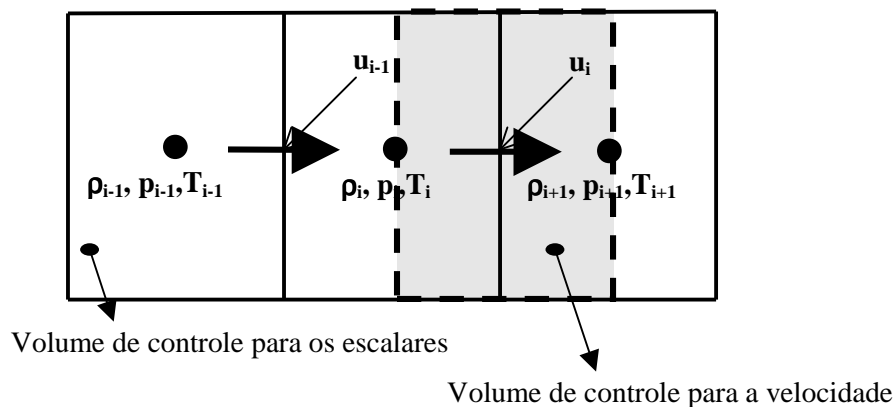


Figura 4.6 – Arranjo desencontrado para o modelo diferencial.

Todas as equações de transporte quando discretizadas podem ser escritas na seguinte forma geral:

$$a_p \cdot \phi_p = a_w \cdot \phi_w + a_e \cdot \phi_e + S \quad (4.30)$$

Para a equação de conservação da quantidade de movimento tem-se:

$$a_w = (D_w \cdot A(|P_w|) + \max(F_w, 0)) \cdot A_{\text{trans}(w)} \quad , \quad (4.31)$$

$$a_e = (D_e \cdot A(|P_e|) + \max(-F_e, 0)) \cdot A_{\text{trans}(e)} \quad (4.32)$$

e

$$a_p = a_e + a_w + \frac{M^0}{\Delta t} \quad (4.33)$$

onde

$$A(|P|) = \max \left[ 0, (1 - 0,1|P|)^5 \right] \quad ; \quad P = \frac{\rho u \Delta r}{\Gamma} \quad (4.34)$$

$$D = \frac{\Gamma}{\Delta r} \quad ; \quad \Gamma = \mu \quad (4.35)$$

$$F = \rho u \quad (4.36)$$

$$S = \frac{M^0 u^0}{\Delta t} + F_x \quad (4.37)$$

onde F e D representam, respectivamente, os termos associados aos transportes convectivo e difusivo da quantidade de movimento. Por outro lado, P denota o número de Peclet local. Os índices subscritos **e** e **w** identificam as faces do volume de controle (“west” e “east”, respectivamente) e o sub índice 0 refere-se a propriedades no passo de tempo anterior.

As equações anteriores se aplicam a todos os volumes de controle, com exceção do volume disposto na região de contração ou expansão, conforme mostrado na figura 4.7. Nesta região pode-se ter uma expansão da folga para o volume do orifício caso o fluxo seja positivo, ou seja, da parede lateral do cilindro em direção à válvula de descarga, ou uma contração no caso do fluxo ser negativo. Para o volume sobre a singularidade, resolve-se a seguinte equação (Escanes *et al.*, 1996):

$$(p_i - p_o) \cdot A_s = \frac{|f_m| \cdot u}{2} \left[ \left( \frac{1}{\sigma_o^2} - \frac{1}{\sigma_i^2} \right) + \left( \frac{1}{\sigma_o} - \frac{1}{C_c} \right)^2 \right] + l_{\text{eff}} \frac{d(f_m)}{dt} \quad (4.38)$$

onde **i** e **o** representam, respectivamente, a região a montante e a jusante da singularidade. As variáveis **f<sub>m</sub>**, **u** e **A<sub>s</sub>** representam, respectivamente, o fluxo de massa que vai da folga pistão - cabeçote para o orifício de descarga modificado, a velocidade do escoamento na singularidade e a área transversal na singularidade. O parâmetro **C<sub>c</sub>** representa o coeficiente de contração e **σ<sub>o</sub>** e **σ<sub>i</sub>** as razões entre as áreas transversais **A<sub>folga</sub>** e **A<sub>camara</sub>**:

$$A_{\text{folga}} = 2 \cdot \pi \cdot R_{\text{ori}} \cdot \delta \quad (4.39)$$

$$A_{\text{camara}} = 2 \cdot \pi \cdot R_{\text{ori}} \cdot (\delta + H_{\text{ori}}) \quad (4.40)$$

Se **f<sub>m</sub>** for positivo, tem-se que:

$$C_c = 1,0 \quad ; \quad \sigma_i = 1,0 \quad ; \quad \sigma_o = \frac{A_{\text{camara}}}{A_{\text{folga}}} \quad (4.41)$$

No entanto, se o fluxo de massa pela singularidade (**f<sub>m</sub>**) for negativo, a singularidade atua como uma contração, e utiliza-se um coeficiente de contração (**C<sub>c</sub>**) obtido por Potter (obtido de Fox e McDonald, 1995):

$$C_c = 0,62 + 0,38 \cdot \left( \frac{A_{\text{folga}}}{A_{\text{camara}}} \right)^3 \quad ; \quad \sigma_i = \frac{A_{\text{camara}}}{A_{\text{folga}}} \quad ; \quad \sigma_o = 1,0 \quad (4.42)$$

O último termo do lado direito da equação 4.38 fornece a variação transiente da quantidade de movimento na singularidade, onde **l<sub>eff</sub>** (= **0.5 dx**) é um “*comprimento efetivo*”. Com este termo procura-se quantificar também o efeito da inércia do fluido sob aceleração e desaceleração no orifício (maiores detalhes quanto à geometria podem ser vistos na Figura 4.7).



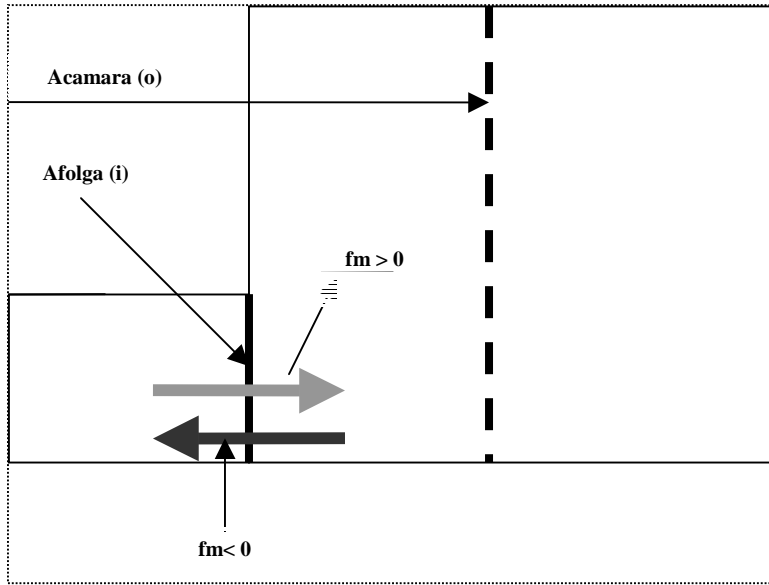


Figura 4.7 - Regiões de expansão e contração para a singularidade.

As equações algébricas provenientes da discretização da equação de conservação da energia adotam o mesmo esquema de interpolação para as propriedades nas faces (PLDS). No entanto, pelo fato de ser empregado um arranjo desencontrado para a malha, o centro dos volumes de controle para a temperatura encontra-se nas faces dos volumes para a velocidade (Figura 4.6). Assim, as áreas transversais dos volumes de controle para a temperatura (faces **e**, **w**) não são as mesmas dos volumes para a velocidade.

As equações algébricas para a energia podem ser escritas como:

$$a_w = c_p (D_w A(P_w) + \max(F_w, 0)) A_{\text{trans}(w)} \quad (4.43)$$

$$a_e = c_p (D_e A(P_e) + \max(-F_e, 0)) A_{\text{trans}(e)} \quad (4.44)$$

$$a_p = a_e + a_w + \frac{c_p M^0}{\Delta t} \quad (4.45)$$

$$D = \frac{\Gamma}{\Delta r} \quad ; \quad \Gamma = k \quad (4.46)$$

$$S = \frac{c_p \cdot (M^0 T^0)}{\Delta t} + \nabla \left( \frac{p - p^0}{\Delta t} + u \frac{\partial p}{\partial x} \right) - \frac{M}{\Delta t} \left( \frac{u^2}{2} \right) + \frac{M^0}{\Delta t} \left( \frac{(u^0)^2}{2} \right) + F_w \cdot A_{\text{trans}_w} \cdot \frac{u_w^2}{2} - F_e \cdot A_{\text{trans}_e} \cdot \frac{u_e^2}{2} + q \quad (4.47)$$

onde  $T$ ,  $\forall$ ,  $p$  e  $M$  são, respectivamente, a temperatura, o volume, a pressão e a massa dentro do volume de controle. O fluxo de calor entre as paredes do cilindro e o gás (Equação 4.27) bem como as demais variáveis já foram definidas anteriormente. As expressões são as mesmas  $A(|P|)$ ,  $P$  e  $F$  indicadas nas equações (4.34) e (4.36).

Novamente, deve ser mencionado que as equações acima se aplicam para os volumes de controle da folga entre o pistão e o cabeçote. Para orifício de descarga modificado utiliza-se uma equação baseada em um balanço integral de energia, considerando fluxos de energia que entram pela sucção e pela folga pistão-cabeçote, bem como o fluxo de energia que sai pela descarga. Além disto, são considerados os transientes dentro do próprio orifício. Fazendo desta forma, a equação algébrica para o orifício fica da seguinte forma:

$$T = \frac{1}{M \cdot c_p} \left[ M^0 \cdot c_p \cdot T^0 + \forall (p - p^0) - \Delta t \cdot (FMVD \cdot e_d - FMVP \cdot e_p - FMVS \cdot e_s - q) \right] \quad (4.48)$$

onde para o sub índice  $j$  igual aos sub índices  $p, s, d$  (equação 4.52) tem-se:

$$e_j = c_p \cdot T_j + \frac{u_j^2}{2} \quad (4.49)$$

As variáveis  $FMVP$ ,  $FMVS$  e  $FMVD$  estão definidas da figura 4.3. As variáveis  $e_p$ ,  $e_s$  e  $e_d$  são, respectivamente, a energia transportada (cinética mais entálpica) da folga pistão cabeçote para o orifício, da sucção para o orifício e do orifício para a descarga. O valor da temperatura utilizado para o cálculo da entalpia é avaliado via esquema de interpolação UDS. Por exemplo, caso haja um fluxo do orifício para a descarga (fluxo direto), a temperatura ( $T_d$ ) a ser utilizada é a temperatura do próprio orifício, caso o fluxo seja inverso (refluxo) a temperatura ( $T_d$ ) é a temperatura da câmara de descarga. Esta análise é feita para as demais variáveis (folga e sucção).

Convém observar que as quantidades referentes à descarga e à sucção ( $FMVS$ ,  $FMVD$ ,  $u_s$  e  $u_d$ ) não são resultados do modelo aqui proposto, mas sim obtidas do código de simulação do compressor (RECIP).

O algoritmo SIMPLEC para qualquer velocidade procura corrigir o campo de pressão do escoamento de tal forma a satisfazer a continuidade (Maliska, 1995). O conjunto de equações a ser resolvido na metodologia SIMPLEC pode ser escrito como a seguir:

$$a_P p'_P = a_e p'_E + a_w p'_W + b \quad (4.50)$$

A variável  $p'$  representa a correção de pressão a ser aplicada ao campo de pressão do escoamento. Além disto:

$$a_P = m_P^\rho \cdot C_P^\rho + m_e^u \cdot d_e^u - m_w^u \cdot d_w^u \quad (4.51)$$

$$a_e = -m_e^\rho \cdot C_E^\rho + m_e^u \cdot d_e^u \quad ; \quad a_w = -m_w^\rho \cdot C_W^\rho - m_w^u \cdot d_w^u \quad (4.52)$$

$$b = \frac{\rho^0 \nabla^0}{\Delta t} - m_P^\rho \cdot \rho_P^* - m_e^\rho \cdot \rho_E^* - m_w^\rho \cdot \rho_W^* \quad (4.53)$$

$$d_e^u = \left( \Delta y / a_P^u \right)_e \quad (4.54)$$

$$m_P^\rho = \frac{\nabla}{\Delta t} + \left( \frac{1}{2} + \gamma_e \right) \cdot u_e^* \cdot A_{\text{trans}(e)} - \left( \frac{1}{2} - \gamma_w \right) \cdot u_w^* \cdot A_{\text{trans}(w)} \quad (4.55)$$

$$m_e^\rho = \left( \frac{1}{2} - \gamma_e \right) \cdot u_e^* \cdot A_{\text{trans}(e)} \quad ; \quad m_w^\rho = - \left( \frac{1}{2} + \gamma_w \right) \cdot u_w^* \cdot A_{\text{trans}(w)} \quad (4.56)$$

$$m_e^u = \left[ \left( \frac{1}{2} + \gamma_e \right) \rho_P^* + \left( \frac{1}{2} - \gamma_e \right) \rho_E^* \right] A_{\text{trans}(e)} \quad (4.57)$$

$$m_w^u = - \left[ \left( \frac{1}{2} + \gamma_w \right) \rho_W^* + \left( \frac{1}{2} - \gamma_w \right) \rho_P^* \right] A_{\text{trans}(w)} \quad (4.58)$$

$$C_i^\rho = \frac{1}{R \cdot T_i} \quad (4.59)$$

Na equação 4.59 os termos  $C_i^\rho$  e  $R$  são, respectivamente, o termo de linearização da equação de estado do gás para a pressão e a constante do gás. O índice subscrito  $i$  é um índice genérico, podendo representar W, P e E nas expressões 4.51 a 4.52. Outro termo presente neste conjunto de equações é a função peso  $\gamma$  para a interpolação das propriedades nas faces. No presente trabalho adotou-se o esquema de interpolação UDS para as equações da correção de pressão. Neste esquema,  $\gamma$  assume os valores  $+1/2$  e  $-1/2$  dependendo de a velocidade ser

positiva ou negativa, respectivamente. O índice sobrescrito “\*” encontrado em algumas das equações anteriores é um indicador de que as variáveis são avaliadas na iteração anterior. Já o termo  $d_e^u$  (equação 4.54) refere-se ao coeficiente de correção do campo de velocidades tendo em vista o novo campo de pressão encontrado:

$$u_e = u_e^* - d_e^u \cdot \Delta p_e' \quad (4.60)$$

sendo  $\Delta p_e'$  a diferença entre as correções de pressão nas faces do volume de controle para a velocidade (região cinza na figura 4.6).

Para o orifício de descarga modificado, o valor da correção da pressão é feito de maneira semelhante aos demais volumes, com a única diferença de que os termos referentes à face leste do volume de controle são avaliados explicitamente por meio dos fluxos na descarga e na sucção. Assim, para o volume do orifício modificado tem-se que:

$$a_P = m_P^p \cdot C_P^p - m_w^u \cdot d_w^u \quad (4.61)$$

$$a_e = 0 \quad (4.62)$$

$$a_w = -m_w^p \cdot C_w^p - m_w^u \cdot d_w^u \quad (4.63)$$

$$b = \frac{\rho^0 \nabla^0}{\Delta t} - m_P^p \cdot \rho_P^* - m_w^p \cdot \rho_w^* + FMVS - FMVD \quad (4.64)$$

A velocidade na entrada da câmara, representada pela região de singularidade na figura 4.7, é então corrigida através da equação 4.60.

Com as equações apresentadas nesta seção pode-se montar um procedimento iterativo para calcular os campos de pressão, velocidade e temperatura ao longo da folga pistão cabeçote. Um fluxograma do procedimento iterativo é apresentado na figura 4.8. Nesse fluxograma, **ERMAX** é o resíduo máximo aceitável para as variáveis (não necessariamente o mesmo para pressão, temperatura e velocidade), **REST**, **NITER1** e **NITER1 MÁX** são, respectivamente, o resíduo, o número de iterações efetuado e o número máximo de iterações para a equação da energia. Os parâmetros **RESQM**, **RESP** e **NITER2 MÁX** são, respectivamente, os resíduos para a quantidade de movimento, para a correção da pressão e o número máximo de iterações efetuado para estas variáveis.

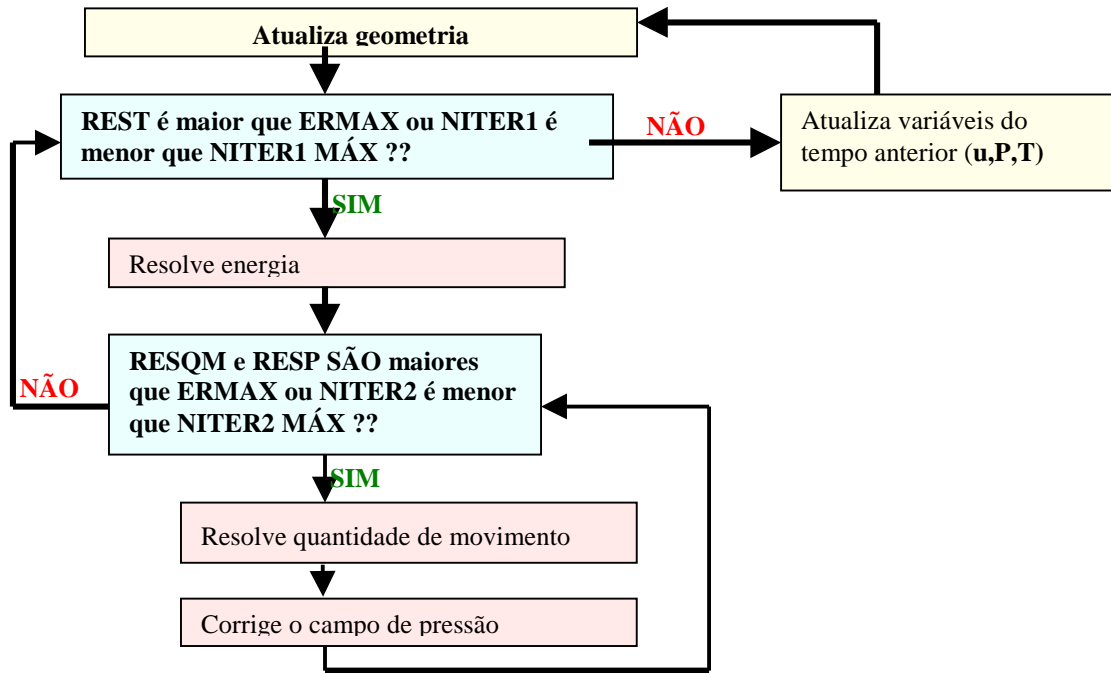


Figura 4.7 – Fluxograma do processo iterativo de cálculo para a metodologia diferencial.

#### 4.5. O acoplamento entre a metodologia integral e a metodologia diferencial

Tendo sido apresentadas as duas metodologias para a solução das propriedades dentro do cilindro, resta ainda definir a forma de acoplamento entre elas.

Quando o procedimento de solução é trocado da metodologia integral para a formulação diferencial o processo é bastante simples, pois somente necessita-se a inicialização do campo de velocidades, pressão, temperatura e massa específica com os valores obtidos com a metodologia integral. Deve-se, no entanto, garantir que os efeitos de proximidade entre o pistão e o cabeçote de válvulas ainda não sejam importantes, a fim de evitar que algum efeito inicial dessa proximidade seja perdido e resulte em um transiente incorreto. Resultados da análise de sensibilidade dos efeitos de proximidade serão mostrados posteriormente.

Quando a troca de metodologia acontece da diferencial para a integral, há a necessidade de transformar os campos de propriedades do escoamento em propriedades médias, os quais serão usados com condição inicial da metodologia integral. As expressões utilizadas para o cálculo dessas propriedades médias são apresentadas a seguir.

a) Massa específica média

Para este cálculo basta apenas dividir a massa total no cilindro pelo volume do mesmo:

$$\rho_{\text{media}} = \frac{M_{\text{cil}}}{V_{\text{cil}}} \quad (4.65)$$

onde  $M_{\text{cil}}$  e  $V_{\text{cil}}$  são, respectivamente, a massa de gás dentro do cilindro e o volume do mesmo.

b) Pressão média

Com relação à pressão média no cilindro, há duas formulações possíveis. A primeira se baseia em uma média ponderada na área, onde a pressão de cada volume é multiplicada pela área do pistão englobada por este volume. Somando-se estes valores obtêm-se a força sobre o pistão e a divisão deste valor pela área do pistão fornece a pressão média:

$$p_{\text{media}} = \frac{\sum_{i=1}^N p_i A_i}{\sum_{i=1}^N A_i} \quad (4.66)$$

A segunda formulação baseia-se em uma ponderação para a pressão que garanta uma coerência termodinâmica com as demais propriedades. Assim, utilizou-se uma ponderação na massa para a quantidade de energia  $p/\rho$ , o que resulta em uma média volumétrica para a pressão, conforme ilustra equação 4.67. Esta foi a relação empregada no modelo desenvolvido.

$$p_{\text{media}} = \frac{\sum_{i=1}^N p_i V_i}{\sum_{i=1}^N V_i} \quad (4.67)$$

c) Temperatura média

A temperatura média ( $T_{\text{media}}$ ) é obtida através de uma ponderação na massa para energia entálpica ( $c_p T$ ). Para calor específico constante ( $c_p$ ) a ponderação na massa para a propriedade temperatura fornece:

$$T_{\text{media}} = \frac{\sum_{i=1}^N T_i (\rho_i V_i)}{\sum_{i=1}^N \rho_i V_i} \quad (4.68)$$

## 4.6. Resultados e Discussões

Os objetivos desta seção são apresentar e analisar resultados da simulação do compressor com as metodologias integral e diferencial, descritas anteriormente. O enfoque da análise é o cilindro do compressor, considerando as variações espacial e temporal do fluido refrigerante, sendo que os demais elementos, tais como válvulas, sistemas de sucção e descarga, não são objetos de uma modelação diferente daquela já existente no código RECIP (Ussyk, 1984).

### 4.6.1. O compressor

Na presente análise estará sendo considerado um compressor alternativo da Empresa Brasileira de Compressores S.A. (EMBRACO), utilizado em aplicações para refrigeração doméstica. Este compressor apresenta uma capacidade de refrigeração de aproximadamente 600 Btu/h, um consumo em torno de 100W, e uma rotação de aproximadamente 3600 rpm.

### 4.6.2. Resultados via formulação integral

Com o objetivo de melhor avaliar a metodologia híbrida desenvolvida neste trabalho, inicialmente são apresentados resultados obtidos com a formulação integral em todo o ciclo de compressão.

A figura 4.8 apresenta o resultado numérico da variação da pressão no cilindro ao longo de um ciclo de compressão, representada na forma de um diagrama pressão–volume do cilindro. Os dados experimentais que também aparecem na figura 4.8 são obtidos através de uma tomada de pressão na parede do cilindro. Percebe-se uma boa concordância entre os resultados numérico e experimental, tanto na compressão como na expansão do fluido refrigerante, indicando a consistência física da abordagem integral. Entretanto, quando se examina na figura 4.9 a variação da pressão para a posição do ciclo onde o pistão se encontra próximo da placa de válvulas, constata-se que o valor previsto para pressão apresenta um desvio significativo em relação ao dado experimental. Considerando que a tomada de pressão é realizada na parede do cilindro, a discrepância entre os resultados sugere que o escoamento sobre o pistão em direção à válvula de descarga pode criar uma variação espacial para a pressão, impossível de ser prevista com a metodologia integral. Desta forma, a previsão da

pressão na parede, onde o transdutor é posicionado, passa pela adoção de uma modelagem diferencial.



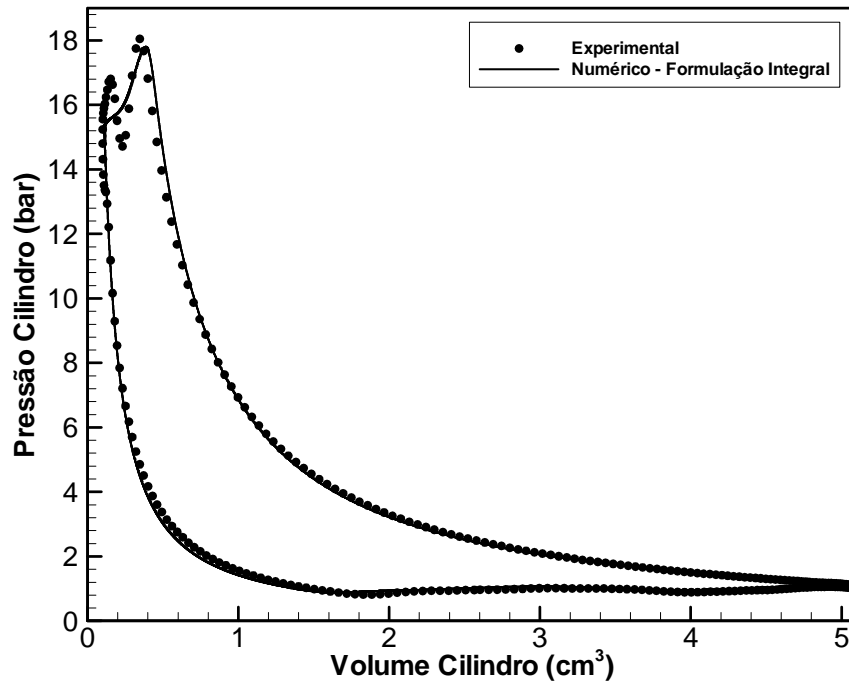


Figura 4.8 – Resultados numéricos e dados experimentais para a variação da pressão no cilindro do compressor.

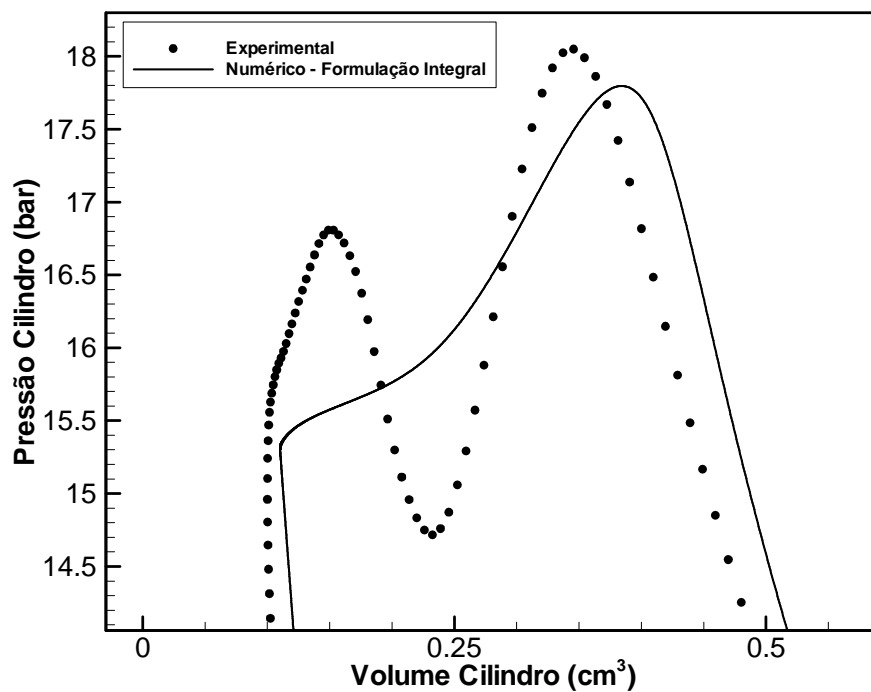


Figura 4.9 – Resultados numéricos e dados experimentais para a variação da pressão no cilindro do compressor (vista ampliada).

A título de ilustração, apresenta-se na figura 4.10 o resultado numérico para a variação da temperatura no cilindro. Para este caso, não há infelizmente dados experimentais disponíveis.

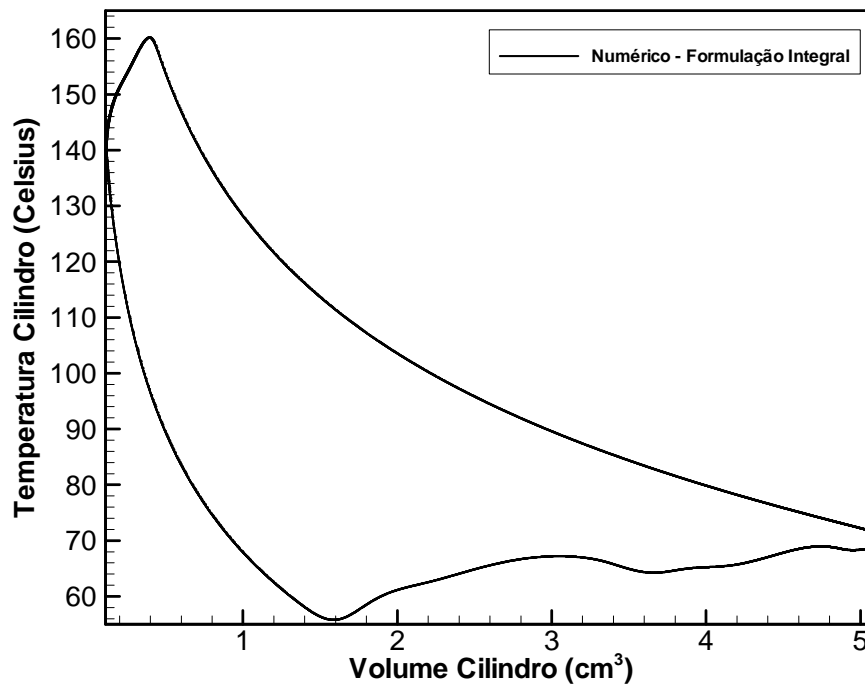


Figura 4.10 – Resultados numéricos para a temperatura do gás no cilindro do compressor.

#### 4.6.3. Resultados via formulação híbrida (integral e diferencial)

Tendo em vista as limitações observadas com a abordagem integral para a determinação da variação da pressão no momento da abertura da válvula de descarga, há a necessidade da utilização da metodologia diferencial. Esta seção traz os principais resultados obtidos com a nova metodologia.

A primeira análise a ser apresentada é relacionada a testes de sensibilidade, realizados para validação dos resultados numéricos. Os parâmetros testados foram:

- Discretização no tempo;
- Discretização espacial: número de volumes na folga entre pistão e cabeçote;
- Ponto de acoplamento entre as metodologias integral e diferencial: conforme explicado na seção 4.4, é necessário avaliar a melhor posição do ciclo para a troca de metodologia (integral para diferencial, ou vice-versa);

- Comprimento efetivo: este termo aparece na equação 4.38 e seu valor é de difícil quantificação. Uma análise de sensibilidade dos resultados em relação a este parâmetro é oportuna, a fim de indicar a necessidade, ou não, de sua quantificação precisa.

As variáveis utilizadas para a análise de sensibilidade são a pressão na parede e a temperatura média no cilindro. Uma vez que metodologia diferencial permite avaliar a pressão na parede, ao contrário da integral, torna-se possível uma comparação direta entre o resultado numérico e o dado experimental.

a) Análise de sensibilidade para a discretização temporal

No presente item foram avaliados três níveis de discretização temporal, conforme ilustra a tabela 4.1. Os resultados para a pressão nas figuras 4.10 e 4.11 e temperatura no cilindro na figura 4.12 deixam claro que a solução numérica se mostrou insensível em relação às discretizações temporais testadas, indicando que o ciclo pode ser dividido em número relativamente reduzido de intervalos de tempo.

Tabela 4.1 – Discretizações temporais para os testes de sensibilidade da solução numérica.

<b>Simulações</b>	<b>Número de intervalos</b>	<b>Tamanho do intervalo (s)</b>
Transiente 1	6283	$2,713 \times 10^{-6}$
Transiente 2	12566	$1,356 \times 10^{-6}$
Transiente 3	31415	$6,78 \times 10^{-7}$

b) Análise de sensibilidade para a discretização espacial

Os três níveis de discretização espacial para o escoamento na direção ao longo da folga entre as superfícies do pistão e da placa de válvulas são aqueles da tabela 4.2. Um esquema da malha computacional é ilustrado na Figura 4.4. Ao se verificar os resultados obtidos nas figuras 4.13 e 4.14, principalmente àquele obtido para a pressão na parede, constata-se que a solução tende a convergir para um único valor à medida que se refina a malha, e que a malha intermediária com 80 volumes já é satisfatória.

Tabela 4.2 – Discretizações espaciais empregadas nos testes de sensibilidade.

<b>Simulações</b>	<b>Número de volumes</b>
Malha 1	40
Malha 2	80
Malha 3	120

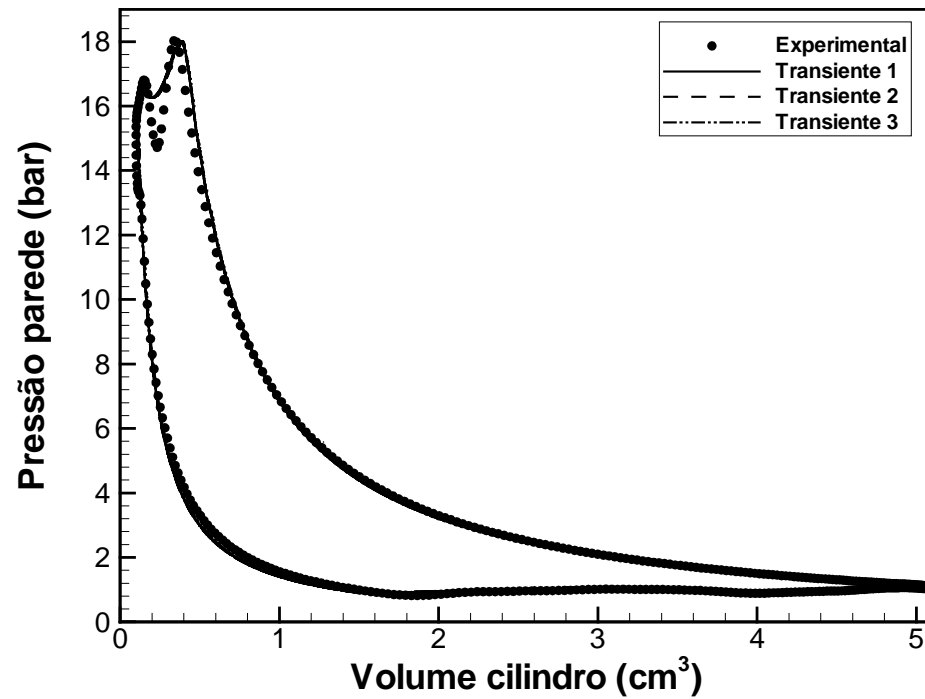


Figura 4.10 – Resultado de pressão na parede do cilindro para diferentes discretizações temporais.

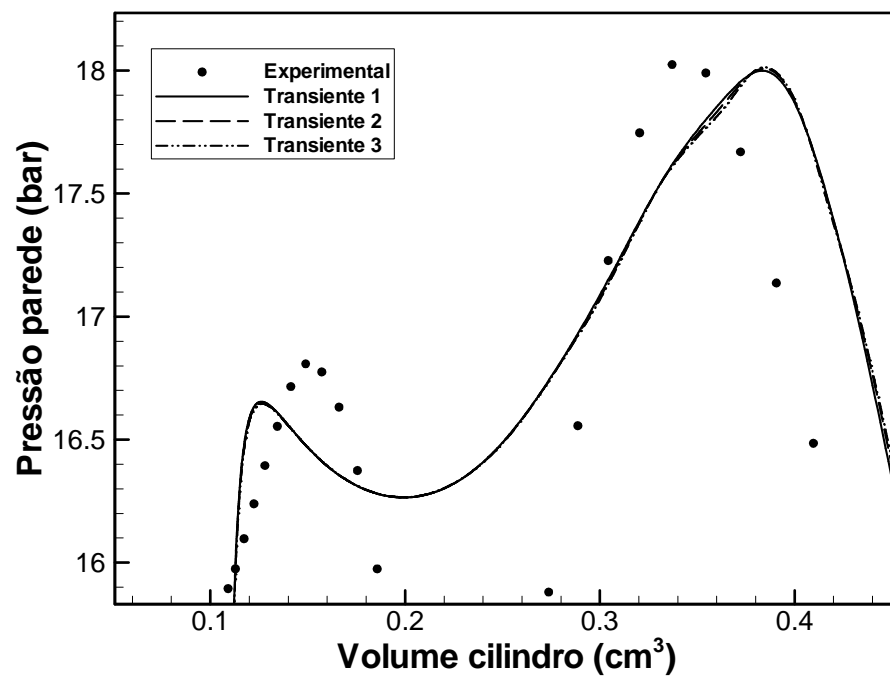


Figura 4.11 – Resultado de pressão na parede do cilindro para diferentes discretizações temporais (zoom na região de descarga).

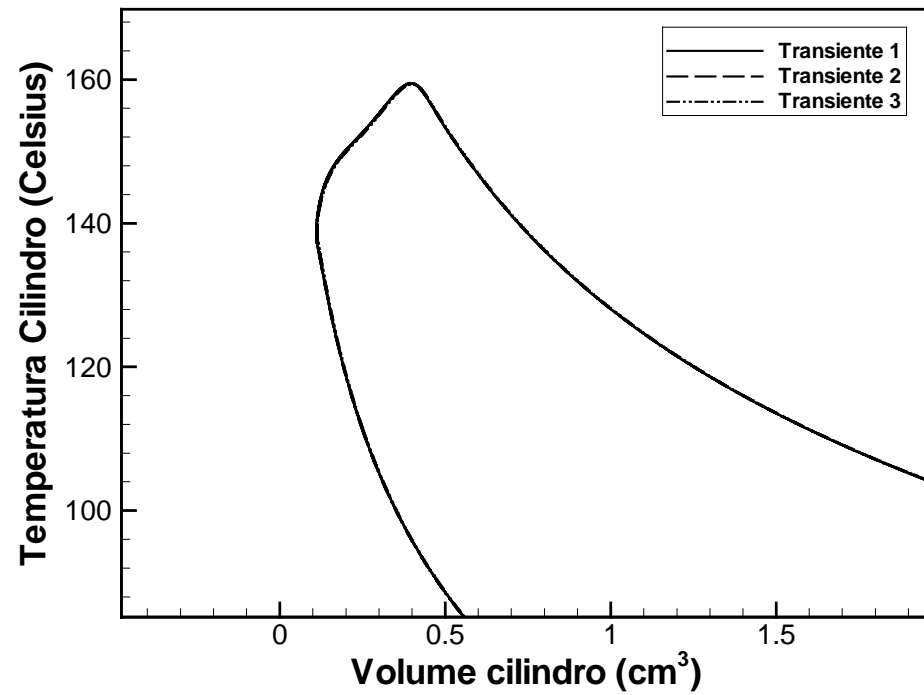


Figura 4.12 – Resultado de temperatura média no cilindro para diferentes discretizações temporais (zoom na região de descarga).

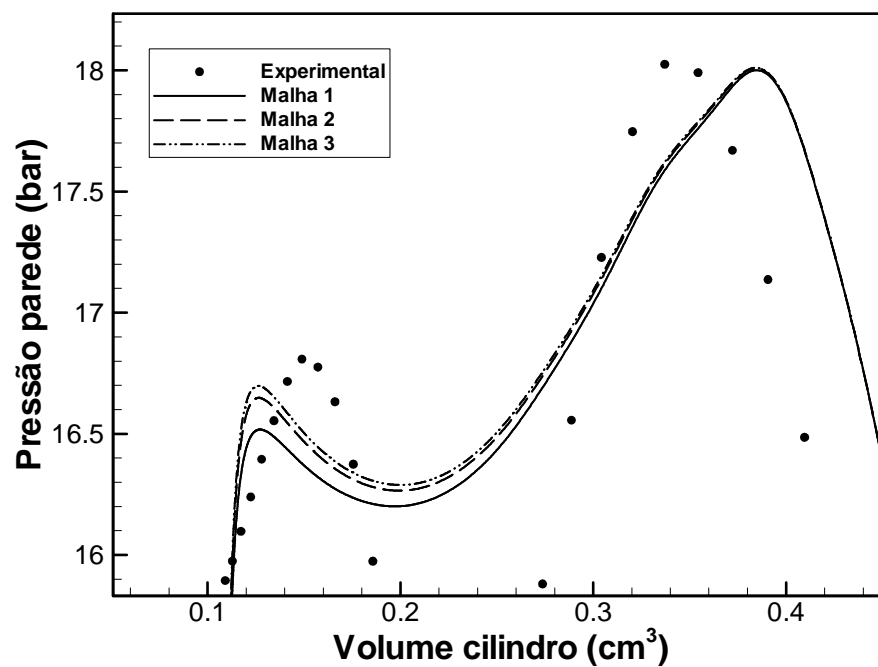


Figura 4.13 – Resultado de pressão na parede do cilindro para diferentes discretizações espaciais (zoom na região de descarga).

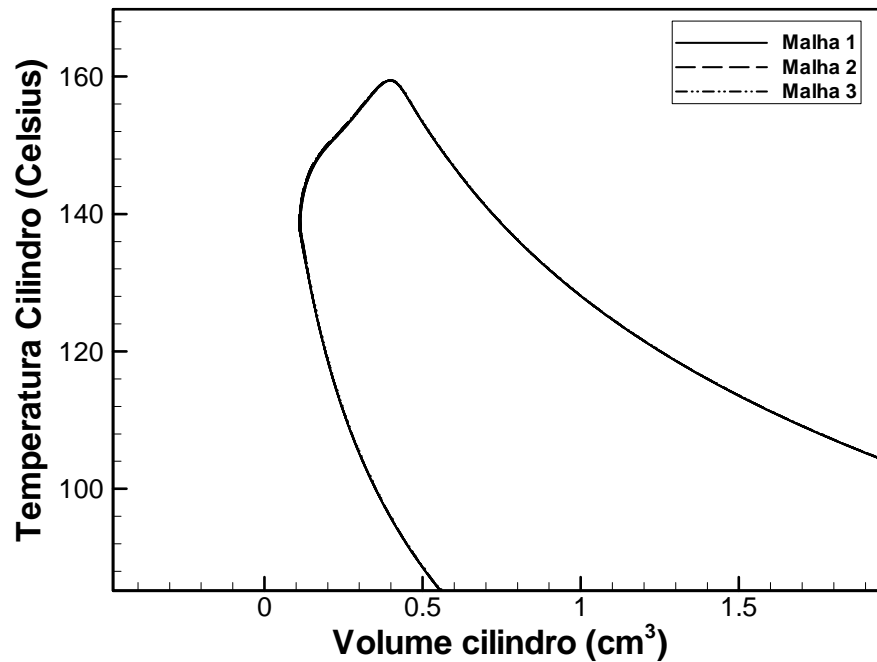


Figura 4.14 – Resultado de temperatura média no cilindro para diferentes discretizações espaciais (zoom na região de descarga).

#### c) Estudo do ponto de acoplamento entre as metodologias integral e diferencial

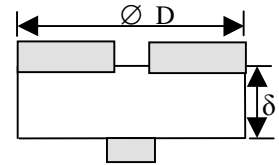
Conforme já detalhado na seção 4.5, a definição do ponto onde ocorre a mudança de metodologia (integral para diferencial e vice-versa) é muito importante. Por exemplo, se a mudança de metodologia ocorrer muito tardiamente, quando o pistão já se encontra muito próximo da placa de válvulas, informações importantes sobre o escoamento na folga podem se perder e, conseqüentemente, o transiente resolvido a partir daí pela formulação diferencial ficar comprometido. Da mesma forma, na troca da formulação diferencial para a formulação integral deve-se garantir que os efeitos do escoamento já não são mais importantes. Para atingir estes objetivos foram avaliados três diferentes pontos de troca entre uma e outra metodologia, conforme ilustrado na tabela 4.3, buscando verificar eventuais discontinuidades e diferenças nos resultados das variáveis. Para se ter uma idéia do nível de proximidade entre o pistão e o cabeçote, segue também na tabela 4.4 os valores aproximados para o parâmetro adimensional  $L/D$ , onde  $L$  é folga entre o pistão e a placa de válvulas e  $D$  é o diâmetro do cilindro ( $= 21\text{mm}$ ).

Ao se observar, nas figuras 4.15 a 4.17, os resultados obtidos com as três posições de troca, principalmente para os resultados de pressão na parede da figura 4.15, que não ocorreram grandes modificações nos resultados obtidos. Existe no entanto uma diferença marginal quando da utilização do ponto de troca 3, sugerindo que pontos de troca para folgas

menores que este nível podem comprometer o transiente sendo resolvido. A figura 4.17 traz uma visão ampliada da variação da pressão na parede no ponto onde as metodologias são trocadas. Observa-se que praticamente não há descontinuidades, implicando que o valor da pressão média no cilindro é próxima do valor na parede pois ali o efeito do escoamento é desprezível.

Tabela 4.3 – Discretizações espaciais empregadas pelas presentes simulações.

<b>Simulações</b>	<b>Pressão (bar)</b>	<b><math>\delta/D</math></b>
Troca 1	5	0,17
Troca 2	10	0,085
Troca 3	12	0,070



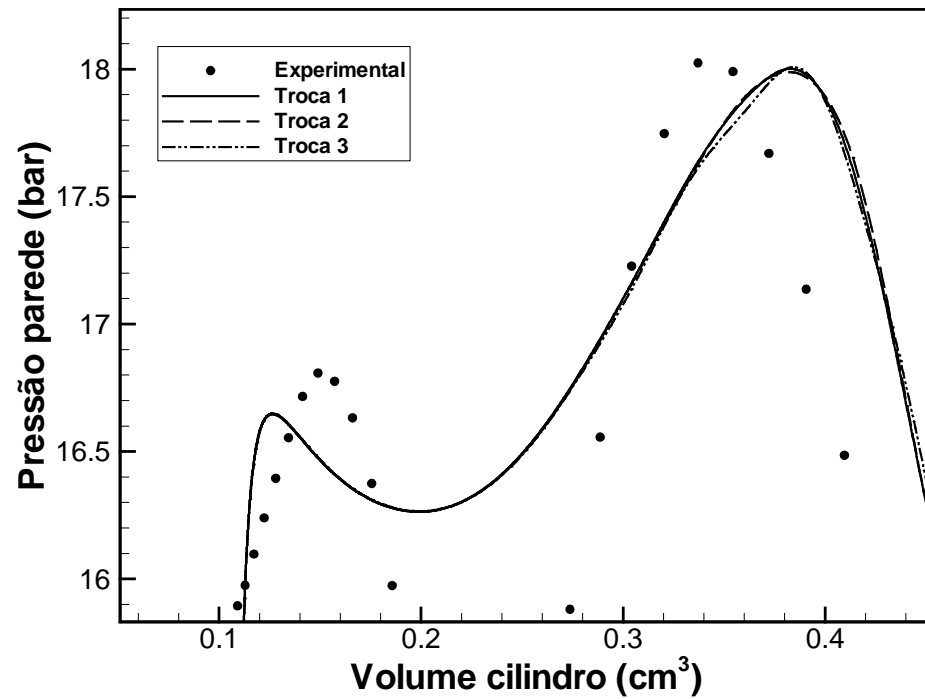


Figura 4.15 – Resultado de pressão na parede do cilindro para diferentes pontos de troca entre a metodologia integral e diferencial (zoom na região de descarga).

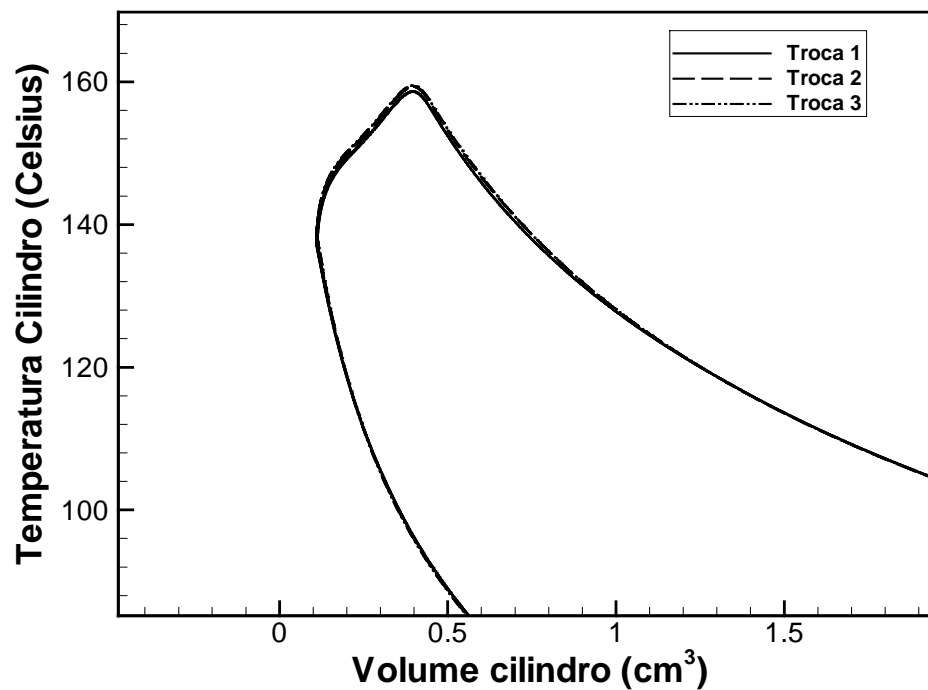


Figura 4.16 – Resultado de temperatura média no cilindro para diferentes pontos de troca entre a metodologia integral e diferencial (zoom na região de descarga).



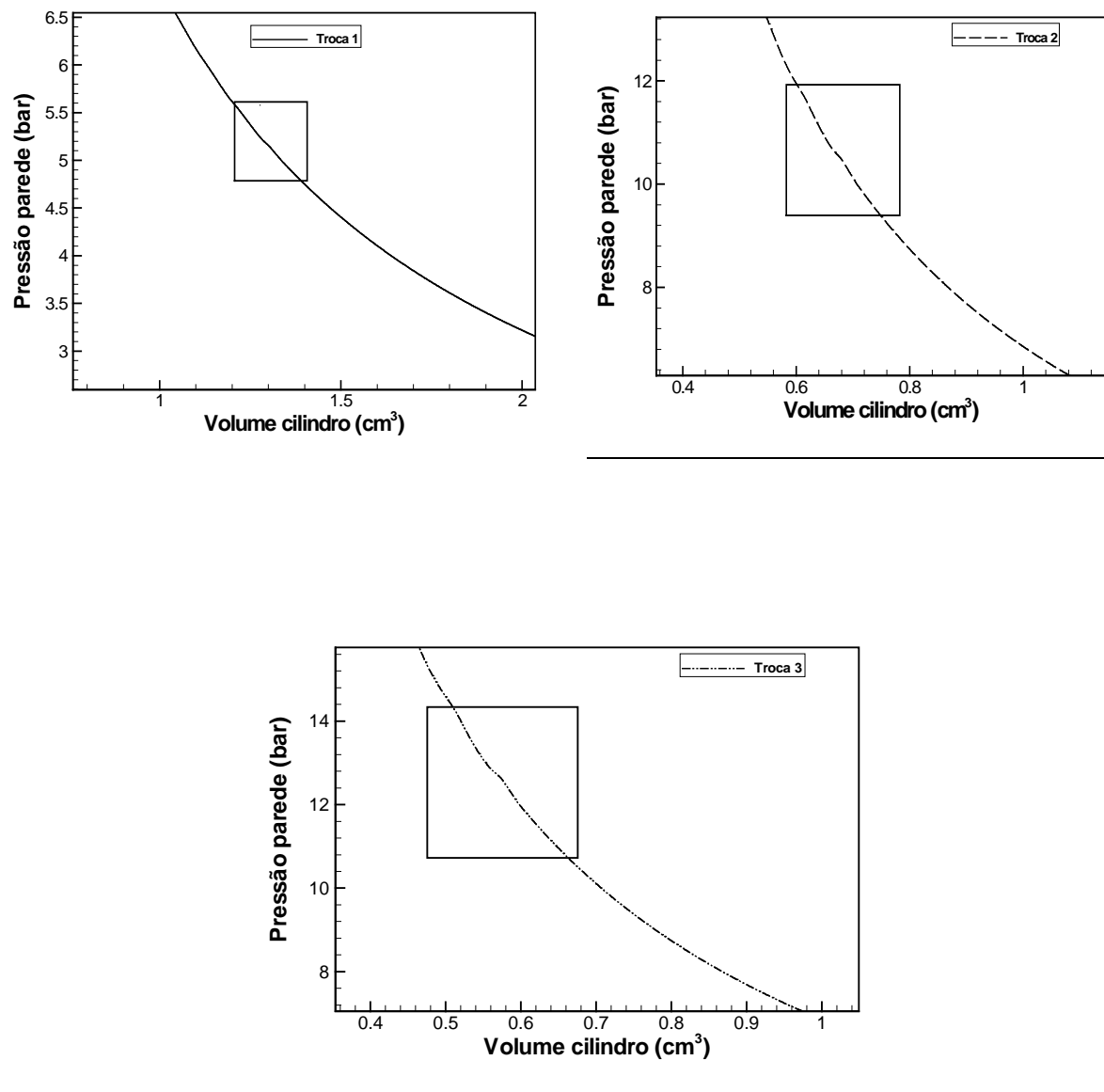


Figura 4.17 – Pressão na parede do cilindro no momento da troca entre as metodologias integral e diferencial.

#### d) Análise do comprimento efetivo

Nesta seção procede-se uma análise da sensibilidade dos resultados em relação ao valor de comprimento efetivo,  $L_{ef}$ , empregado na solução da equação de conservação da quantidade de movimento para a singularidade. Nas simulações considerou-se o valor de referência ( $L_{ef} = 0,5 \, dx$ ) e outros dois: um deles com um comprimento duas vezes maior ( $2,0 \, L_{ef}$ ) e outro duas vezes menor ( $0,5 \, L_{ef}$ ).

Resultados de pressão e temperatura nas figuras 4.18 e 4.19 mostram-se totalmente insensíveis às modificações do comprimento efetivo. Esta constatação é positiva, pois apesar da incerteza na quantificação de  $L_{ef}$ , erros no seu valor não serão significativos nos resultados.

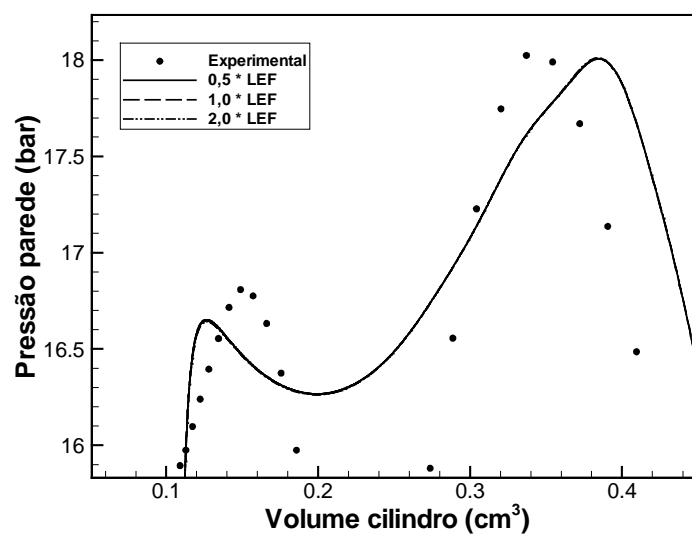


Figura 4.18 – Pressão na parede do cilindro para diferentes valores de  $L_{ef}$ .

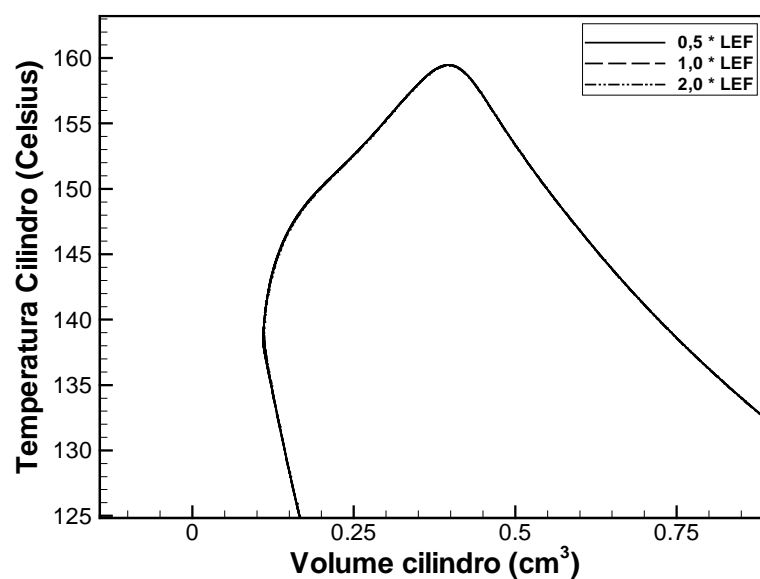


Figura 4.19 – Temperatura média no cilindro para diferentes valores de  $L_{ef}$ .

#### ***4.6.4. Distribuição de pressão e velocidade na folga pistão - cabeçote***

Tendo sido realizada uma série de testes para a validação dos resultados, esta seção se concentra na análise dos resultados de pressão e velocidade característicos da folga entre pistão e placa de válvulas, quando o pistão se encontra próximo ao ponto morto superior.

A figura 4.20 ilustra a distribuição de velocidade do escoamento na folga pistão-cabeçote para diferentes posições do pistão. Pode-se observar que mesmo antes da abertura da válvula de descarga ( $L/D = 0,048$ ) já existe uma movimentação do fluido em direção ao centro do cilindro (orifício de descarga modificado). Isto ocorre devido ao fato de que uma parcela da deformação volumétrica atua no aumento da massa específica (escoamento comprimido) e outra na movimentação do fluido, o qual é forçado para a região central do cilindro. Conforme a figura 4.21 mostra, a distribuição de pressão decai da parede até a entrada da região do orifício de descarga, devido aos efeitos do atrito viscoso e da expansão do escoamento. Quando o escoamento passa pela expansão no volume formado na região central do cilindro, ilustrado na Figura 4.7, ocorre uma elevação da pressão devido à diminuição da velocidade.

Quando o pistão está mais próximo ainda da placa válvula ( $L/D = 0,038$ ), a válvula de descarga já iniciou sua abertura e os níveis de velocidade são bastante consideráveis. Novamente pode-se perceber a recuperação da pressão quando da passagem do escoamento pela expansão. Com a saída do fluido refrigerante pela válvula de descarga, a quantidade de massa dentro do cilindro diminui, reduzindo os níveis de pressão, conforme mostra a figura 4.20 para os afastamentos  $L/D = 0,019$  e  $0,0048$ .

Na condição de menor afastamento,  $L/D = 0,0048$ , percebe-se a maior diferença nos níveis de pressão ao longo da folga. Este resultado é fisicamente consistente, pois à medida que o pistão se aproxima do cabeçote, a força devido ao atrito viscoso aumenta. O efeito combinado da restrição do escoamento devido à folga reduzida e ao movimento ascendente do pistão, forçando o fluido na direção da válvula de descarga, faz com que a pressão se eleve junto à parede do cilindro. A aceleração elevada do escoamento decorre da expansão do fluido e pela redução da área transversal ao longo da folga. O aumento da velocidade ao longo do folga eleva ainda mais o atrito viscoso.

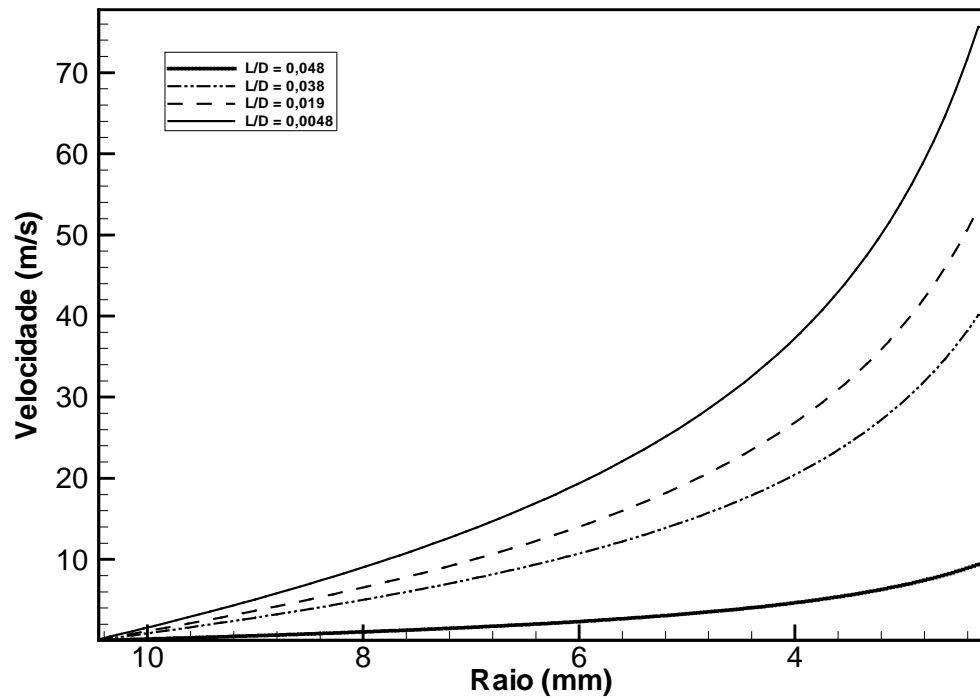


Figura 4.20 – Velocidade radial do escoamento na folga pistão-cabeçote para diferentes posições do pistão.

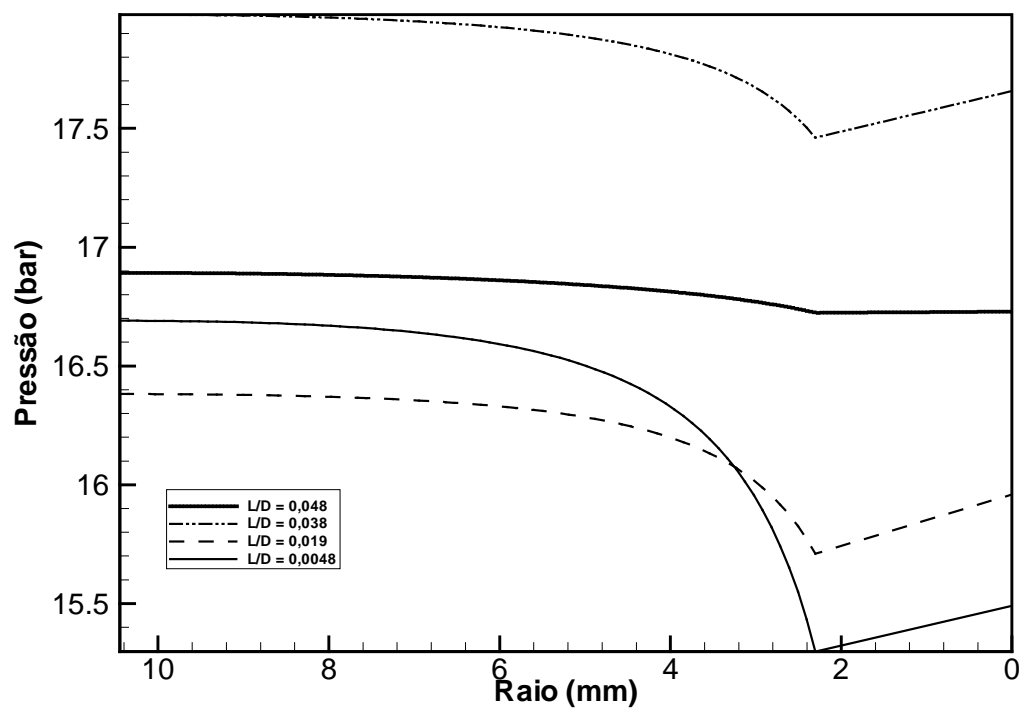


Figura 4.21 – Distribuição de pressão na folga pistão-cabeçote para diferentes posições do pistão.

#### ***4.6.5. Comparativo entre a metodologia completamente integral e a formulação diferencial***

Observa-se na figura 4.22 que o modelo diferencial capta detalhes da variação de pressão que estão mais em linha com os dados experimentais do que aqueles da formulação integral. De fato, enquanto esta última obtém o valor médio da pressão no cilindro, a formulação diferencial prevê a presença de dois picos de pressão na região próxima ao cabeçote de válvulas. Este comportamento, também verificado por Matos (2002), está diretamente relacionado ao escoamento sobre o pistão. Quando se atinge o primeiro pico de pressão, há a abertura da válvula de descarga, o que induz um esvaziamento do cilindro e conseqüentemente uma redução da pressão na região próxima à parede. Durante o período de abertura da válvula de descarga o pistão continua se aproximando do cabeçote de válvulas, aumentando, por conseguinte, a restrição ao fluxo em direção à válvula de descarga. Chega-se em um determinado momento onde a restrição ao escoamento imposta pela proximidade pistão cabeçote assume tal importância que se inicia uma elevação da pressão na parede, já que o pistão continua se aproximando do cabeçote de válvulas e o escoamento fica cada vez mais restringido.

A figura 4.23 mostra uma comparação entre os resultados das duas formulações para a temperatura média no cilindro. Pode-se notar uma diferença pequena entre os resultados, mas não com o mesmo nível verificado para a pressão. Naturalmente, o motivo principal desta concordância se deve ao fato de que ambos os resultados são para o valor médio de temperatura no cilindro.

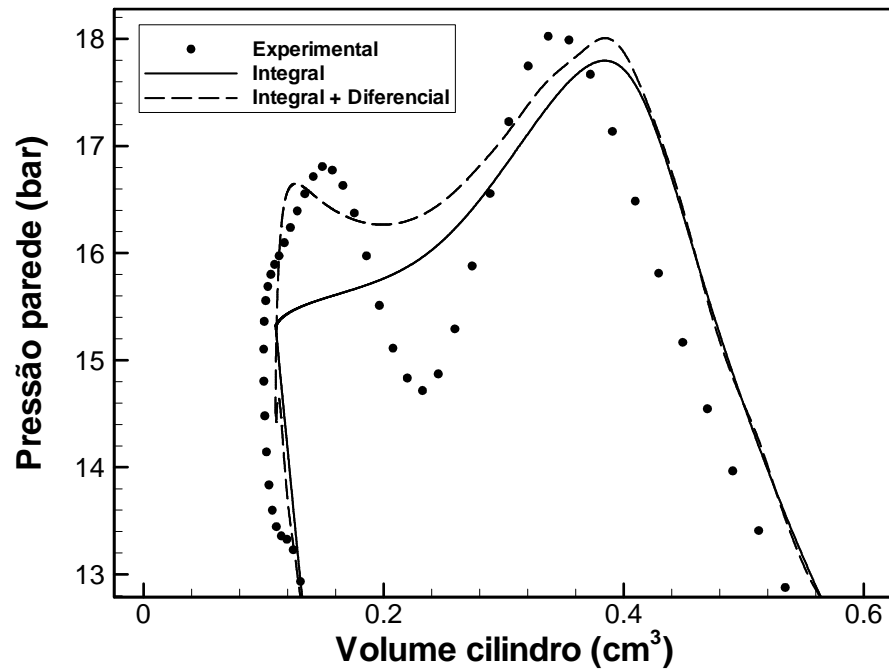


Figura 4.22 – Comparação entre resultados de pressão das formulações integral e diferencial.

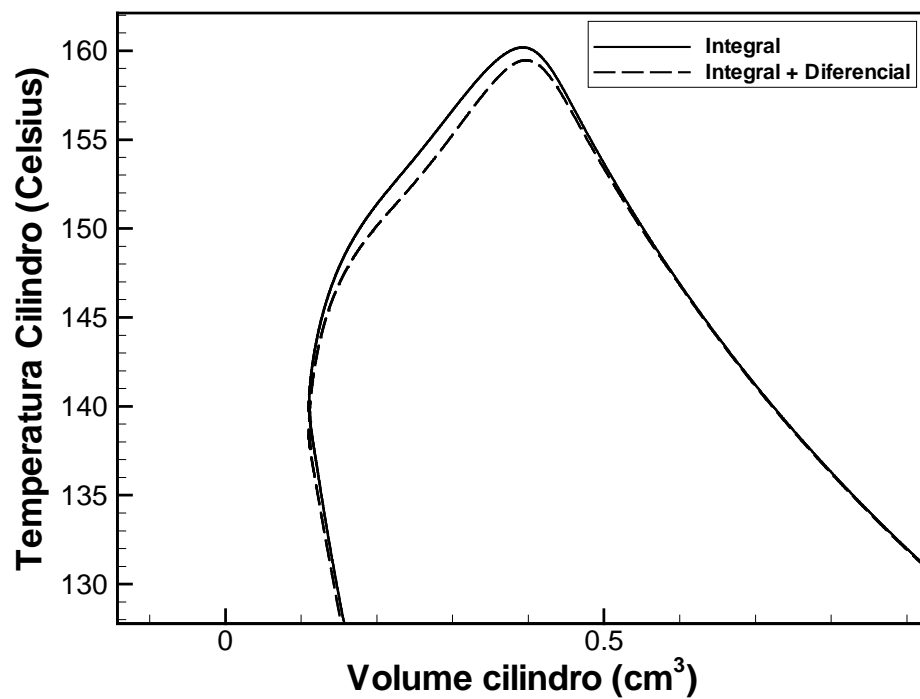


Figura 4.23 – Comparação entre resultados de temperatura das formulações integral e diferencial.

#### 4.7. Limitações do modelo

Com base nos resultados apresentados nas seções anteriores, pode-se concluir que o modelo desenvolvido é capaz prever fenômenos físicos associados ao escoamento na folga entre pistão e placa de válvulas, junto ao ponto morto superior. Apesar desses resultados encorajadores, deve-se lembrar que o modelo é bastante simplificado e possui algumas limitações merecedoras de análise.

Inicialmente, como a presente formulação diferencial é unidimensional, há a necessidade de modelar as forças de atrito viscoso junto às paredes da placa de válvula e do pistão. O fator de atrito empregado para este fim é um conceito aplicado a escoamentos plenamente desenvolvidos e estacionários. Uma vez que o escoamento em questão está em aceleração, o uso de correlações clássicas para o fator de atrito pode introduzir erros nos resultados. Uma vez que a expansão do fluido ao longo da folga é provocada em parte pelo atrito, uma forma de minimizar os erros poderia ser obtida via CFD, gerando um conjunto de dados para o fator de atrito a partir da simulação de escoamentos sob diferentes acelerações. Poderia-se então obter e aplicar uma nova correlação para o fator de atrito no presente modelo que leve em consideração efeitos de inércia.

Outra limitação da formulação desenvolvida é o cálculo do fluxo de calor na parede do cilindro. Por não resolver por completo o escoamento dentro do cilindro, o fluxo de calor nas paredes precisa ser avaliado através de correlações para o número de Nusselt. Catto (1996), ao resolver o escoamento no interior do cilindro de um compressor via CFD, indicou que há uma defasagem entre a diferença de temperatura média do gás e do cilindro em relação ao fluxo de calor nas paredes. Deste modo, a utilização de correlações clássicas de transferência de calor prejudica em muito a precisão dos resultados. A correlação adotada para o número de Nusselt no presente trabalho foi desenvolvida especificamente para aplicação em cilindros de compressores e, por esta razão, os erros possivelmente são minimizados.

Do ponto de vista geométrico, o modelo diferencial desenvolvido só pode ser considerado em situações onde a válvula de descarga se encontra no centro do cilindro, em vista da condição axissimétrica. Esta é uma situação difícil de ser encontrada em compressores de refrigeração.

A maior limitação da presente metodologia é, no entanto, o fato de não resolver o escoamento através da válvula de descarga do compressor. Por se tratar de uma formulação unidimensional, os efeitos do escoamento na região da válvula de descarga, ilustrada na figura 4.24, não podem ser resolvidos e precisam ser aproximados por alguma correlação.

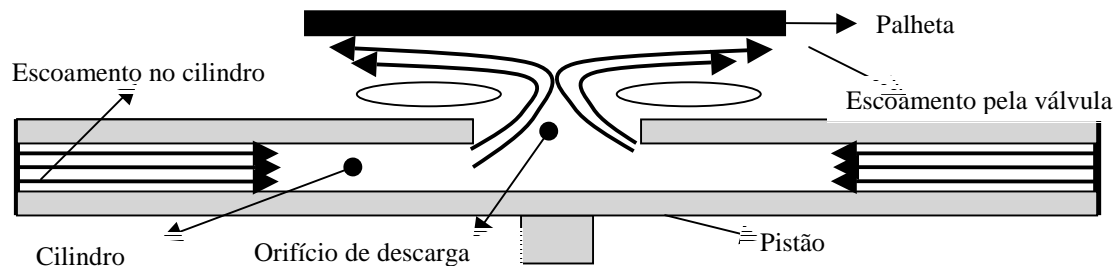


Figura 4.24 – Região de escoamento através da válvula de descarga.

Muitos códigos de simulação de compressores utilizam correlações para o cálculo do escoamento e da força em válvulas, a partir da diferença de pressão entre o cilindro e as câmaras de sucção e de descarga. Estas correlações, denominadas áreas efetivas de escoamento e de força, são obtidas experimentalmente ou via simulação numérica do escoamento na válvula.

O modelo computacional desenvolvido por Matos (2002) resolve o escoamento tanto no cilindro como na válvula de descarga, não necessitando de áreas efetivas. Já o modelo desenvolvido neste trabalho utiliza como condição de contorno o fluxo de massa que passa pela válvula de descarga. Este dado, bem como a movimentação da válvula de descarga, é avaliado no código RECIP (Ussyk, 1984) via áreas efetivas. Portanto, a qualidade dos resultados obtidos neste trabalho depende da precisão dessas correlações.

Atualmente, tanto via simulação numérica como experimentalmente, as áreas efetivas são avaliadas para a condição de palheta estacionária. Resolve-se ou mede-se o escoamento através da válvula em diferentes posições de abertura, sem considerar, no entanto, o seu movimento. Um dos motivos para tal procedimento é o custo computacional e a dificuldade de técnicas experimentais para considerar o transiente da válvula. Neste sentido, o trabalho de Matos (2002) se constitui um grande avanço, pois resolve a dinâmica da válvula sem que seja necessário o uso de áreas efetivas.

Uma avaliação mais criteriosa de áreas efetivas, que considere a dinâmica da válvula, pode trazer subsídios importantes para a melhora nas previsões do modelo desenvolvido neste trabalho.



#### 4.8. Conclusões

O presente capítulo considerou o desenvolvimento de um modelo para o cálculo das propriedades do fluido refrigerante no interior do cilindro de um compressor durante o ciclo de compressão. O modelo combina duas formulações distintas. A primeira segue uma abordagem integral, já utilizada em uma série de códigos de simulação de compressores, envolvendo equações de conservação de massa e energia para avaliar as propriedades do fluido. A segunda consiste em uma formulação diferencial, sendo utilizada quando o pistão se encontra próximo à placa de válvulas, e permite a solução do escoamento na folga entre pistão e cabeçote quando a válvula de descarga se abre. O modelo desenvolvido consegue prever alguns fenômenos físicos importantes, não observados com a utilização da formulação integral, observados em dados experimentais e em soluções de metodologias numéricas mais elaboradas (Matos, 2002).

O modelo diferencial apresenta, entretanto, algumas limitações que precisam ser ressaltadas, sendo que as mais importantes são: i) uso de correlações para escoamento plenamente desenvolvido em duto plano para o fator de atrito usado na formulação unidimensional; ii) emprego de geometria axissimétrica, com a válvula de descarga tendo que ser disposta no centro do cilindro; iii) obtenção de vazão e força em válvulas através de áreas efetivas de precisão questionável.

O grande objetivo deste capítulo foi o de desenvolver um modelo capaz de representar as variações das propriedades fluido refrigerante no cilindro com maior precisão do que a metodologia integral. Além disto, a metodologia deveria ter baixo custo computacional, possibilitando a sua utilização como ferramenta de projeto dentro do ambiente industrial. Apesar de suas limitações, a metodologia desenvolvida reproduz de forma satisfatória os dados experimentais, considerando-se os objetivos acima almejados.

## **CAPÍTULO 5**

### **CONCLUSÕES**

#### **5.1. Considerações Preliminares**

O compressor é um componente chave de um sistema de refrigeração. A disputa de mercado faz com que se busquem compressores cada vez mais eficientes, menos ruidosos e de menor custo. Essa demanda obriga a busca de projetos otimizados, sendo que o auxílio de ferramentas de simulação numérica é fundamental. De fato, o emprego da simulação numérica pode propiciar desde uma tendência das variáveis de interesse até um resultado confiável que dispense testes com protótipos. Além de uma economia de recursos financeiros no desenvolvimento de um projeto, a simulação numérica permite que o tempo necessário para a conclusão do projeto de um compressor seja reduzido.

Contudo, quanto maior o grau de refino que se deseja da ferramenta numérica, maior a complexidade do modelo físico e, conseqüentemente, maiores são os esforços computacionais necessários para a sua solução. Dependendo do grau de complexidade que se deseje, podem-se ter ferramentas numéricas com custos de tempo de processamento tão elevados que inviabilize qualquer utilização no meio industrial. Desta forma, a busca de ferramentas numéricas capazes de prever com qualidade os fenômenos físicos analisados, e com baixo custo computacional, se mostra uma necessidade atual de desenvolvimento.

É exatamente dentro do contexto de modelos físicos simplificados e ferramentas numéricas de baixo custo que se insere o presente trabalho, buscando alternativas viáveis para a análise de escoamentos transientes que ocorrem em compressores alternativos.

Conforme já descrito na revisão bibliográfica, existem diversos trabalhos relacionados à simulação de compressores herméticos alternativos. Uma das referências mais importantes é o trabalho de Ussyk (1984), onde foi desenvolvida uma ferramenta numérica para a simulação de compressores. Mesmo que de maneira simplificada, variáveis de interesse, tais como movimento de válvulas e compressão no cilindro, foram avaliadas de forma satisfatória.

Ao longo dos últimos 20 anos, muitos trabalhos foram realizados com o intuito de melhorar o código desenvolvido por Ussyk (1984). Cada componente do compressor como, por exemplo, filtro e válvula de sucção, eixo, pistão e motor, passou a ser analisado e modelado de maneira mais precisa. Esses desenvolvimentos são um processo constante, pois à

medida que os recursos computacionais evoluem, aumenta a possibilidade de se melhorar os modelos físicos, sem inviabilizar a sua utilização devido ao custo computacional.

## 5.2. Análise numérica de escoamentos pulsantes em canalizações

Os filtros de sucção e de descarga do compressor são componentes extremamente importantes do compressor, pois são responsáveis pela redução de ruído e oscilações da pressão na entrada e saída do compressor, respectivamente. O filtro de sucção possui ainda um papel importante nas propriedades do fluido refrigerante na entrada do cilindro, influenciando diretamente na eficiência volumétrica do compressor.

Devido aos ciclos periódicos do processo de compressão, os escoamentos nesses filtros assumem comportamentos oscilatórios, alternando períodos de aceleração e de desaceleração. É comum nas simulações unidimensionais a utilização de correlações clássicas para o fator de atrito a fim de avaliar a tensão de cisalhamento na parede, desenvolvidas para a condição de escoamento estacionário. Um dos objetivos deste trabalho foi o de obter um modelo para a análise de escoamentos submetidos a transientes. Desta parte do trabalho obteve-se as seguintes conclusões gerais:

- Escoamentos sob transientes têm as suas estruturas alteradas de forma significativa;
- Em níveis elevados de transientes o escoamento pode sofrer um processo de relaminarização, com os níveis das tensões turbulentas caindo drasticamente. Nessas situações, o modelo de turbulência usado não é importante para a previsão do campo de velocidade pois o termo dominante na equação do movimento passa a ser o do gradiente de pressão. No entanto, grandezas turbulentas não podem ser previstas por modelos baseados no conceito de viscosidade turbulenta;
- Na condição transiente intermediários, a estrutura da turbulência é importante na dinâmica do escoamento e o modelo  $\overline{v^2} - f$  (Durbin, 1991) se mostrou o mais adequado para a sua previsão;
- Em algumas condições de transiente, o perfil logarítmico de velocidade para a região turbulenta não é mais respeitado, inviabilizando a utilização de modelos de turbulência para altos números de Reynolds que adotam o conceito de função parede;
- Existe uma defasagem angular entre a velocidade média, a tensão na parede e o fluxo de massa em escoamentos transientes;

- O fator de atrito instantâneo é fortemente alterado pelo transiente e, desta forma, correlações desenvolvidas para escoamentos estacionários não são mais válidas.

### 5.3. Modelação do escoamento em cilindros de compressores alternativos

Em praticamente todos os modelos para a simulação numérica de compressores alternativos, o processo de compressão no cilindro é avaliado via a adoção de um coeficiente politrópico ou através de um balanço de energia (primeira lei da termodinâmica).

Em ambas as abordagens não se considera o efeito do escoamento do gás dentro do cilindro durante a abertura das válvulas. O trabalho de Matos (2002) indicou que este escoamento na descarga é bastante importante, havendo uma variação considerável da pressão dentro do cilindro entre a parede do cilindro e a entrada da válvula.

Outro objetivo deste trabalho foi o desenvolvimento de um modelo matemático simplificado, e de baixo custo computacional, para a avaliação das propriedades do gás durante o esvaziamento do cilindro. Para isto, adotou-se uma formulação integral para quando o pistão se encontra afastado da placa de válvulas e uma diferencial para o período da descarga. As seguintes conclusões foram obtidas:

- O modelo integral apresenta ótima concordância com os dados experimentais quando o pistão se encontra afastado do cabeçote de válvulas, mas falha quando o pistão se encontra próximo à placa de válvulas;
- O modelo diferencial desenvolvido é capaz de prever detalhes da variação da pressão no cilindro indicados por dados experimentais e pelos resultados numéricos de Matos (2002), indicando um grande potencial de desenvolvimento;
- O modelo diferencial necessita ainda da implementação de melhorias para melhorar o nível de concordância com os dados experimentais
- Um estudo mais detalhado sobre as áreas efetivas de força e escoamento para a válvula de descarga quando da presença de transientes pode trazer subsídios para a melhora do modelo aqui desenvolvido.

#### **5.4. Sugestões para trabalhos futuros**

Para cada um dos assuntos abordados pelo presente trabalho, são apresentadas algumas sugestões de desenvolvimentos futuros.

##### ***Análise numérica de escoamentos pulsantes em canalizações***

- Utilização de modelos de turbulência mais completos, tais como o das tensões de Reynolds e simulação de grandes escalas (LES) para melhor avaliar as estruturas da turbulência em escoamentos submetidos a transientes elevados;
- Implementação da equação da energia ao modelo desenvolvido para considerar os efeitos da pulsação no comportamento do coeficiente de troca de calor;
- Consideração de efeitos de compressibilidade do gás;
- Desenvolvimento de uma correlação para o fator de atrito em função de parâmetros que caracterizem o escoamento transiente.

##### ***Modelo CFD para solução de escoamento em cilindro de compressores alternativos***

- Testes do modelo desenvolvido para um número maior de condições de funcionamento do compressor, a fim de identificar mais claramente suas eventuais limitações;
- Introdução no modelo de equações de estado para considerar gases reais;
- Utilização de formulação explícita para as equações para diminuir o tempo de processamento;
- Realização de uma análise do comportamento de áreas efetivas de escoamento e de força para a válvula em movimento, uma vez que estes parâmetros afetam diretamente as condições de contorno para o presente modelo.
- Melhorar modelagem da transferência de calor e verificar a sensibilidade dos resultados com a variação do coeficiente de convecção entre o gás no cilindro e suas paredes.

## CAPÍTULO 6

### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BARKER, A. R.; WILLIAMS, J. E. F. **Transient measurements of the heat transfer coefficient in unsteady turbulent pipe flow.** International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 43, p. 3197-3207, 2000.
- BASSI, F.; PELAGALLI, L.; REBAY, S.; BETTO, A.; OREFICE, M.; PINTO, A. **Numerical simulation of reciprocating compressor for household refrigerators.** International Compressor Engineering Conference at Purdue, p. 97-104, 2000.
- BEHNIA, M.; PARNEIX, S. **Prediction of heat transfer in an axisymmetric turbulent jet impinging on a flat plane.** International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 41, p. 1845-1855, 1998.
- BEHNIA, M.; PARNEIX, S.; SHABANY, Y.; DURBIN, P. A. **Prediction of heat transfer in an axisymmetric turbulent jet impinging on a flat plane.** International Journal of Heat and Fluid Flow, v. 20, p. 1-9, 1999.
- CATTO, A. G. **Modelagem numérica do escoamento e da transferência de calor no interior do cilindro de um compressor alternativo.** Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, UFSC, Florianópolis, SC, 1996.
- CORBERAN, J.M; GONZÁLVEZ, J.; CALÁS, A.; URCHUEGUÍA, J. **Modeling of refrigeration piston compressors.** International Compressor Engineering Conference at Purdue, p. 571-578, 2000.
- COTTON, M. A.; ISMAEL, J. O. **Calculations of wall shear stress in harmonically oscillated turbulent pipe flow using a low-Reynolds-number k- $\epsilon$  model.** J. Fluids Eng., v.118, p. 189-194, 1996.
- CRAFT, T. J.; LAUNDER, B. E.; SUGA K. **Prediction of turbulent transitional phenomena with a nonlinear eddy-viscosity model.** International Journal of Heat and Fluid Flow, v. 18, p. 15-28, 1996.
- DALCIDIO, M. C., MARINS, J. M. **Cálculo numérico computacional.** Editora Atlas S.A., Brasil, 1994.

- DESCHAMPS, C. J.; POSSAMAI, F. C.; PEREIRA, E. L. L. **Numerical Simulation of Pulsating Flow In Suction Mufflers**. International Compressor Engineering Conference at Purdue, 2002.
- DURBIN, P. A. **Near-Wall Turbulence Closure Modeling Without “Damping Functions”**. Theoret. Comput. Fluid Dynamics, v. 3, p. 1-13, 1991.
- FAGOTTI, F.; PRATA, A. T., **A new correlation for instantaneous heat transfer between gas and cylinder in reciprocating compressors**. International Compressor Engineering Conference at Purdue, 1998.
- ESCANES, F.; PÉREZ-SEGARRA, C. D.; RIGOLA, J.; SERRA, J. M.; PONS J.; ESCRIBÀ, M.; JORNET, M. **Numerical simulation of hermetic reciprocating compressors. Recent improvements and experimental validation**. International Compressor Engineering Conference at Purdue, 1996.
- FINNICUM, D. S.; HANRATTY, T. J. **Influence of imposed flow oscillations on turbulence**. PCH, v. 10, p. 585-598, 1988.
- FOX, R. W; McDONALD, A. T. **Introdução à mecânica dos fluidos**. LTC editora, Brasil, 1995.
- KITA, Y.; ADACHI, Y.; HIROSE, K. **Periodically oscillating turbulent flow in a pipe**. Bulletin of the JSME, v. 23, n. 179, p. 656-664, mai. 1980.
- HANJALIĆ, K.; LAUNDER, B. E. **Contributions towards a Reynolds-stress closure for low-Reynolds-number turbulence**. J. Fluid. Mech. v. 74, p. 593-610, 1976.
- HOFFMAN, J. D. **Numerical methods for engineers and scientists. Second edition, revised and expanded**. Marcel Dekker, Inc., Estados Unidos, 2001.
- JONES, W.P; LAUNDER, B. E. **The prediction of laminarization with a two-equation model turbulence**. International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 15, p. 301-314, 1972.
- LAUNDER, B. E. **Numerical computation of convective heat transfer in complex turbulent flows: time to abandon wall functions?** International Journal of Heat and Mass Transfer, v.9, p. 1485-1491, 1984.
- LAUNDER, B. E.; SHARMA, B. I. **Application of the energy dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disc**. Letters in Heat and Mass Transfer, v. 1, p. 131-138, 1974.
- LAUNDER, B. E.; SPALDING, D. B. **Mathematical models of turbulence**. Academic Press, Londres, 1972.

- LONGO, G. A.; GASPARELLA, A. **Unsteady state analysis of the compression cycle of a hermetic reciprocating compressor.** International Journal of Refrigeration, v. 26, p. 681 – 689, 2003.
- MALISKA, Clovis R. **Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional: fundamentos e coordenadas generalizadas.** Rio de Janeiro: LTC, 1995. 424p.
- MANCEAU R.; PARNEIX S.; LAURENCE D.; **Turbulent heat transfer predictions using the  $\overline{v^2}$  - f model on unstructured meshes.** International Journal of Heat and Fluid Flow, v. 21, p. 320 – 328, 2000.
- MAO, Z. X.; HANRATTY, T. **Studies of the wall shear stress in a turbulent pulsating pipe flow.** J. Fluid Mech., v. 170, p. 545-564, 1986.
- MATOS, F. F. S. **Análise Numérica do Comportamento Dinâmico de Válvulas tipo Palheta de Compressores Herméticos,** Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, UFSC, Florianópolis, SC, 2002.
- MIZUSHINA, T.; MARUYAMA, T.; SHYOZAKI, Y. **Pulsating turbulent flow in a tube.** J. Chem. Eng. Japan, v. 6, p. 487-494, 1973.
- OHMI, M.; KYOMEN, S.; USUI, T. **Analysis of velocity distribution in pulsating turbulent pipe flow with time-dependent friction velocity.** Bulletin of the JSME, v. 21, n. 157, p. 1137-1143, jul. 1978.
- OOI, A.; IACCARINO, G.; DURBIN, P. A.; BEHNIA, M. **Reynolds averaged simulation of flow and heat transfer in ribbed ducts.** International Journal of Heat and Fluid Flow, v. 23, p. 750-757, 2002.
- ORZAG, S. A.; YAKHOT, V.; FLANNERY, W. S.; BOYSAN, F.; CHOUDHURY, D.; MARUSEWSKI, J.; PATEL, B. **Renormalization Group Modeling and turbulence simulations, Near-wall turbulent flows.** Elsevier Science Publisher, 1993.
- PATANKAR, S. V. **Numerical Heat Transfer and Fluid Flow,** Washington D. C., Hemisphere Publ. Corp., 1980.
- PATEL, V. A., **Numerical analysis.** Harcourt Brace College Publishers, Estados Unidos, 1994.
- PÉREZ-SEGARRA, C. D.; ESCANES, F.; RIGOLA, J.; SERRA, J. M.; PONS, J., ESCRIBÀ, M.; JORNET, M. **Numerical simulation of reciprocating compressors. Recent improvements and experimental validation.** International Compressor Engineering Conference at Purdue, p. 193-198, 1996.



- POSSAMAI, F. C. **Escoamento laminar através de válvulas inclinadas de compressores de refrigeração**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Curso de Pós Graduação em Engenharia Mecânica, UFSC, Florianópolis, SC, 1994.
- POPE, S. B. **Turbulent Flows**. Cambridge University Press, Reino Unido, 2000.
- PRESS, W. H; TEUKOLSKY, S. A.; VETTERLING, W. T.; FLANNERY, B. P. **Numerical Recipes in C. Second Edition**. Cambridge University Press, Reino Unido, 1992.
- RAMAPRIAN, B. R; TU, S. W. **An experimental study of oscillatory pipe flow at transitional Reynolds numbers**. J. Fluid Mech., v. 100, p. 513-544, 1980.
- RAMAPRIAN, B. R.; TU, S. W. **Fully developed periodic turbulent pipe flow. Part 1. Main experimental results and comparison with predictions**. J. Fluid Mech., v. 137, p. 31-58, 1983a.
- RAMAPRIAN, B. R.; TU, S. W. **Fully developed periodic turbulent pipe flow. Part 2. The detailed structure of the flow**. J. Fluid Mech., v. 137, p. 59-81, 1983b.
- REIF, B. A. P.; DURBIN, P. A.; OOI, A. **Modeling rotational effects in eddy-viscosity closures**. International Journal of Heat and Fluid Flow, v. 20, p. 563-573, 1999.
- ROVARIS, João Bento; **Uma metodologia para a simulação numérica de compressores**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica, UFSC, Florianópolis, SC, 2004.
- SALINAS-CASANOVA, D. A. **Análise Numérica do Escoamento Turbulento em Válvulas Automáticas de Compressores**. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Curso de Pós Graduação em Engenharia Mecânica, UFSC, Florianópolis, SC, 2001.
- SILVA FREIRE, A. P.; MENUT, P. P. M.; SU, J. **Turbulência**. ABCM, Rio de Janeiro, RJ, 2002.
- SRINIVAS, M. N.; PADMANABHAN, C. **Computationally efficient model for refrigeration compressor gas dynamics**. International Journal of Refrigeration, v. 25, p. 1083 – 1092, 2002.
- SOEDEL, W. **Short Course on mechanics, simulation and design of compressor valves, gas passages and pulsation mufflers**. West Lafayette, Estados Unidos, 1992.

- TARDU, S. F.; BINDER G.; BLACKWELDER, R. **Turbulent channel flow with large-amplitude velocity oscillations**. J. Fluid Mech, v. 267, p. 109-151, 1993.
- TENNEKES, H.; LUMLEY, J. L. **A First Course in Turbulence**. MA:MIT Press, Cambridge, Reino Unido, 1972.
- TODESCAT, M.; FAGOTTI, F.; FERREIRA, R. T. S.; PRATA, A. T. **Modelos de transferência de calor em cilindros de compressores**. Anais do XII Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Brasil, 1993.
- UCHIDA, S. **The pulsating viscous flow superposed on the steady laminar motion of incompressible fluid in a circular pipe**. ZAMP, v. 10, p. 403-422, 1956.
- USSYK, M. S. **Simulação numérica do desempenho de compressores herméticos alternativos**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Curso de Pós Graduação em Engenharia Mecânica, UFSC, Florianópolis, SC, 1984.
- WILCOX, D. C. **Turbulence Modeling for CFD**. DCW Industries, 1994.